

中国民用航空学院

硕士学位论文

基于FDTD的探地雷达成像算法研究

姓名：石庆研

申请学位级别：硕士

专业：通信与信息系统

指导教师：吴仁彪

20050130

摘要

探地雷达(Ground Penetrating Radar, 简称 GPR)具有无损检测、穿透能力强、高效率、低成本、分辨率高等众多优点而成为检测和识别地下目标的重要手段,同时探地雷达技术也是瞬态电磁场技术的一个成功应用。本文将电磁场理论的数值计算方法——时域有限差分(Finite-Difference Time-Domain, 简称 FDTD)法应用到探地雷达中,从而提高探地雷达系统中的技术指标。通过分析 FDTD 法在仿真雷达数据中的应用,深入理解了媒质中的瞬态激励场和目标间相互作用的物理机制,更加有效地提取和分析了雷达回波数据。传统的成像算法对于实际地表粗糙、地下介质分布不均匀等情况难以解决,论文就此问题展开了研究,阐述了逆时偏移成像技术,并在此基础上对 FDTD 逆时偏移成像算法进行了探讨,给出了仿真结果,并将其与已有算法进行比较。

关键词: 探地雷达, 时域有限差分法, FDTD 逆时偏移法

Abstract

Ground Penetrating Radar (GPR) has been proved to be an effective tool for detecting and identifying subsurface objects due to its nondestructive detection, high efficiency, low cost and high resolution. It is also a successful demonstration of transient electromagnetic theory. In this paper, Finite-Difference Time-Domain (FDTD) method for the numerical calculation is used to simulate the data in various conditions for GPR imaging. The physical mechanism about transient EM interaction in inhomogeneous soil can be understood more clearly, and the reflection data can be extracted and analyzed more effectively. Traditional imaging methods are difficult to be applied to rough surface and non-homogeneous underground medium. To solve the above problems, this thesis introduces the imaging technology of reverse-time migration and discusses the Finite-Difference Time-Domain reverse-time migration theory. Simulation results are provided to demonstrate the performance of the proposed imaging method.

Keywords: Ground Penetrating Radar (GPR),

Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method,

Finite-Difference Time-Domain Reverse-Time Migration

基于 FDTD 的探地雷达 成像算法研究

本文得到了以下项目资助：

国家自然科学基金(60272049)

天津市自然科学基金(023601511)

教育部优秀青年教师资助计划

中国民用航空学院学位论文独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中国民用航空学院或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

研究生签名：石庆研 日期：2005.2.23

中国民用航空学院学位论文使用授权声明

中国民用航空学院、中国科学技术信息研究所、国家图书馆有权保留本人所送交学位论文的复印件和电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。本人电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。除在保密期内的保密论文外，允许论文被查阅和借阅，可以公布（包括刊登）论文的全部或部分内容。论文的公布（包括刊登）授权中国民用航空学院研究生部办理。

研究生签名：石庆研 导师签名：吴下 日期：2005.2.28

第一章 绪论

本章介绍了探地雷达研究的背景及意义，阐述了国内外探地雷达研究的现状，分析了探地雷达成像算法存在的问题及发展趋势，最后介绍了本文基于时域有限差分法在探地雷达成像技术方面所做的工作。

1.1 课题研究的背景及意义

高分辨率表层穿透雷达(Surface Penetrating Radar, 简称 SPR)是最先进的非金属浅层物理内部结构目标探测的主要和有效的技术手段之一^{[1][2][3][4]}，是一种无损检测方式，具有穿透能力强、分辨率高等优点。探地雷达是一种用于地表下结构和埋设物探测的高分辨率表层穿透雷达。它利用电磁波对地表或建筑物的穿透能力，从地表向地下发射某种形式的电磁波，电磁波在地下介质特性变化的界面上发生反射，通过接收反射回波信号，根据时延、形状及其频谱特性等参数解释目标深度、介质结构及性质。在对回波数据进行处理的基础上，应用数字图像的恢复与重建技术，对目标进行成像处理，从而达到对目标真实和直观的重现。电磁波在地下的传播特性与在空气中的传播特性相比更为复杂，所以如何由探地雷达的回波信号来分析地下介质的情况就显得极其重要。

目前探地雷达技术广泛应用在地雷检测、石油勘探、考古挖掘、高速公路和机场跑道无损检测、地下管道线路监测、灾害地质调查等领域^[5]。此外探地雷达具有潜在的军事应用和人道主义价值^[6]，如全球仍被地雷和过去战场中遗留的未爆武器(Unexploded Ordnance, 简称 UXO)所困扰。探地雷达相对于金属探测器具有效率高、探测能力强的特点，能有效地降低虚警概率。而随着国民经济的飞速发展，对探地雷达的分辨率、抗干扰性、高效率及适用性都提出了更高的要求。因此，大力研究和开发自主知识产权的高分辨率表层雷达探测技术，对国民经济的快速发展及国防建设均具有重要的现实意义。

1.2 国内外研究现状

探地雷达技术在国外起步较早。德国人 Hulsmeier 在 1904 年首次尝试用电磁波信号来探测远距离地面物体。1910 年, Leimbach 和 Lowy 在德国专利中提出了利用电磁波来探测埋藏物体的方法。1926 年, Hulsenbech 指出介电常数不同的介质界面会产生电磁波反射, 该结论成为探地雷达研究领域内的一条基本理论根据。20 世纪 70 年代以来, 由于高速脉冲形成技术、取样接收技术及计算机技术的飞速发展, 探地雷达技术得到迅速的发展, 地下浅层目标探测得以实现, 国外开始出现各种形式的实验性雷达, 美、日、加拿大等国有几家公司相继推出了自己的产品, 探测深度可达 50 多米, 分辨率达厘米级。美国陆军已开始实施代号为 FCS-MDN(Future Combat System Mine Detection and Neutralization)的研究计划, 在 1996 年至 2006 年间投入大量资金用于研制有效的反坦克塑性地雷探测装置, 并已经研制出一些演示系统, 目前正在进行进一步的技术攻关。这一项目中研制的探地雷达系统包括马可尼(Marconi)公司的手持和车载下视探地雷达、SRI International 的前视探地雷达、Mirage Systems 开发的用于直升机的三维合成孔径探地雷达和 PSI 的车载下视合成孔径探地雷达。为克服传统脉冲雷达的缺陷, 这些系统普遍使用步进频率雷达而且具有合成孔径成像能力。欧洲联合研究中心(Joint Research Center)也开展了地雷探测技术的研究, 并且建立地雷信号数据库, 该数据库搜集了多种类型探地雷达的大量实测数据。

国内对探地雷达的研究起步较晚, 国内产品在分辨率、使用方便性、对雷达信号成像和图像解释技术等方面与国外产品存在差距, 但是由于不断引进和借鉴国外的先进技术, 近年来在该领域内也取得了较为显著的研究成果。航天部 25 所从上世纪 80 年代中期开始进行用于地雷检测的探地雷达技术的研究和实验。20 世纪 90 年代以来, 我国开始重视探地雷达技术的研究和应用, 并且开发出新的实用产品, 如北京爱尔迪公司的 CBS-9000 和 CR-20 GPR 系统, 中国电波传播研究所研制的 LTD-3 探地雷达等。此外, 还出现了以经营国产探地雷达为主的深圳大升

公司。当前随着探地雷达技术的飞速发展，先进的高分辨数据处理和成像技术成为探地雷达技术发展的关键，成像算法也趋于多样化。

探地雷达时域合成孔径聚焦成像技术自 20 世纪 90 年代初以来已得到逐步应用^[3]，同时基于雷达波和地震波在运动学上的相似性，反射地震学上的波动偏移成像技术也逐步应用于探地雷达数据处理和成像。20 世纪 70 年代初 Stanford 大学的 J.Claerbout 教授首先提出了用有限差分法解单程波动方程的近似式^[7]，用地面观测的地震数据重建地震波在地下传播过程中的波场，从这些传播过程的波场中提取地震界面剖面的数据，组成地震偏移剖面，这种成像方法即为有限差分偏移成像。上个世纪 70 年代后期，Stolt 和 Gazdag 等又先后提出了基于波动方程偏移的 Stolt 偏移成像方法^[8]和 Phase-Shift 偏移成像方法^[9]，由于此两种方法在计算中可以充分利用快速傅立叶变换，因此计算简单，效率高，很快得到推广。逆时偏移方法，最早于 1982 年由 Whitemore 在第 52 届 SEG 年会上提出^[10]，起初应用在地震数据处理中。有限差分法逆时偏移在探地雷达上的应用，最早由 Fisher 于 1992 年提出，是一种简单又实用的偏移方法^[11]，不受介质速度变化的限制，突破了偏移成像不允许在横向上有变化的限制。本世纪初 Carlton J. Leuschen 等提出了时域有限差分逆时偏移(FDTD reverse-time migration)技术^[12]，提高了探地雷达成像算法的适用性，简化了计算。2003 年 Xu Xiaoyin 提出了基于熵最小化的优化 Stolt 偏移成像算法^[13]，能够适用于水平速度变化的情况。同年 6 月，Northeastern 的 Anthony J.Devaney 教授在 Stanford 大学作报告时首先开始了时逆成像方法在探地雷达对地成像中的探讨^[14]，为探地雷达成像技术开辟了新的方向。上个世纪 90 年代初，前视探地雷达开始成为研究热点^[15]，它在探测时可以离地较远，有较大的照射角动态范围，适用于不同的地势，可以探测危险地段，方便地实现等间距采样。

1.3 存在问题及其发展趋势

探地雷达成像是探地雷达的关键技术之一。目前探地雷达成像正在向着高分

分辨率、高效率发展,各种成像算法都有其优点和不足之处,如:合成孔径聚焦成像方法适用条件广,但计算复杂;偏移成像方法计算简单,但无法适用于复杂媒质结构和复杂的速度模型;时逆成像法可以解决地下介质有随机变化的情况,但变化幅度必须限制在一个很小的范围内。

由于探地雷达信号复杂,易受外界因素变化的影响,从而使得对探地雷达信号的解释工作繁琐、易错。为了正确有效地对探地雷达信号进行处理,解译人员需要进行大量的实验和数据分析,实验成本较高。由于缺乏对其产生机理的理解从而影响了探地雷达算法的进一步研究,因此,对探地雷达信号的模拟成为了一项有意义和实用价值的工作^{[16][17][18][19][20][21]}。1995年 Richard 和 Plumb 提出了利用 FDTD 法来模拟探地雷达^[22],1996年 Bourgeois^[23]和 Smith,1997年 Giannopoulos^[24]等成功地模拟了探地雷达系统,有效地促进了探地雷达系统的研究,从而解决实验数据匮乏这一难题,促进成像算法、杂波抑制算法等方面的研究。现在,国内外许多研究人员正投身于回波数据仿真的研究,有效地推动了探地雷达技术的发展。

随着社会的发展和技术的进步,雷达探测应用到更多的领域,如货物安全检查,打击毒品走私,核、生物和化学掩体废料堆的探测,情报部门所需的目标检测与成像,医学成像^[25]等。

1.4 本文所做的主要工作

探地雷达成像是对目标进行精确定位的有效手段。本文主要研究探地雷达用于高速公路质量监控和地雷检测中地下结构的成像问题。针对目前存在的探地雷达成像算法存在的局限性,转换研究思路,将时域有限差分法应用在探地雷达中,分析、计算地下目标瞬态散射,深入研究了利用 FDTD 法对探地雷达回波的模拟及其在成像上的应用。

本文首先阐述时域有限差分方法,详细介绍其在直角坐标系中的计算,分析

了时域有限差分法在计算中的数值稳定性和边界吸收条件，并对 Mur 吸收边界条件和完全匹配层进行分析与比较。然后，在此基础上讨论了基于时域有限差分法的数据模拟。最后，针对地表随机起伏及地下介质不连续的分布特性，详细阐述了逆时偏移算法，将电磁场数值计算方法引入到探地雷达成像中，对基于 FDTD 法的单基地探地雷达和双基地探地雷达成像算法进行了初步探讨和研究。

第二章 时域有限差分方法

2.1 引言

探地雷达探测地下浅层目标的系统原理如图 2-1 所示,它主要由数据采集部分及数据分析部分组成。对电磁脉冲在各种土壤环境条件中传播、目标及背景相互作用的记录及其散射回波特征的细致研究将有助于雷达系统的开发。随着探地雷达技术的进一步发展,仅仅从阵列信号处理的角度来分析问题是不够的,有必要在一定的数学模型基础上充分利用电磁波理论,使问题得以更好地解决。所以我们对电磁场的计算进行了研究,本章主要介绍时域有限差分法的有关计算,并分析其数值稳定性^[26]。

目前电磁场的数值求解方法有频域法和时域法。频域技术主要有矩矢量法、有限差分方法,时域法主要有时域有限差分法。频域法必须在很大的带宽内进行多次采样计算,然后做傅立叶反变换才能求得结果,计算精度受到采样频率及采样点数目的影响。时域法的引入对于某些问题减少了计算量。时域有限差分法在解决非均匀介质、任意形状和复杂结构散射体电磁场计算问题中有独特的优点,目前时域有限差分法已经应用于探地雷达系统的模拟。

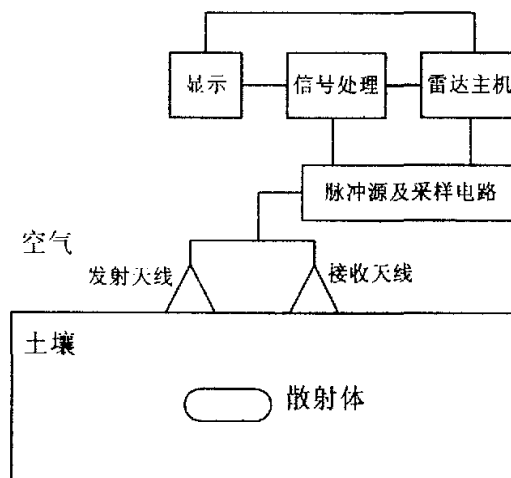


图 2-1 探地雷达原理框图

2.2 麦克斯韦方程及其 FDTD 方法

2.2.1 麦克斯韦方程和 Yee 元胞

设某自由空间中的麦克斯韦旋度方程为：

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{J}_m \end{cases} \quad (2.1)$$

其中： \mathbf{E} 为电场强度（伏特/米，V/m）；

\mathbf{D} 为电通量密度（库仑/米²，C/m²）；

\mathbf{H} 为磁场强度（安培/米，A/m）；

\mathbf{B} 为磁通量密度（韦伯/米²，Wb/m²）；

\mathbf{J} 为电流密度（安培/米²，A/m²）；

\mathbf{J}_m 为磁流密度（伏特/米²，V/m²）。

在直角坐标系中，(2.1)式可以表示为：

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - \sigma_m H_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - \sigma_m H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} - \sigma_m H_z \end{cases} \quad (2.3)$$

其中： ε 表示介质介电系数（法拉/米，F/m）； μ 表示磁导系数（亨利/米，H/m）；

σ 表示电导率（西门子/米，S/m）； σ_m 表示导磁率（欧姆/米， Ω /m）。

σ 、 σ_m 分别为介质的电损耗和磁损耗。而各向同性线性介质中的本构关系为：

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{J}_m = \sigma_m \mathbf{H} \end{cases} \quad (2.4)$$

对式(2.2)、(2.3)可按如下的形式进行差分离散。令 $f(x, y, z, t)$ 为三维空间(直角坐标系 $x-y-z$) 中的电场或磁场, 其在时域和空域中的离散化形式如下:

$$f(x, y, z, t) = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f^n(i, j, k) \quad (2.5)$$

采用中心差分, 上式对空间和时间的一阶偏导数近似为:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial x} \right|_{x=i\Delta x} \approx \frac{f^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - f^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \\ \left. \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=j\Delta y} \approx \frac{f^n(i, j + \frac{1}{2}, k) - f^n(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} \\ \left. \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial z} \right|_{z=k\Delta z} \approx \frac{f^n(i, j, k + \frac{1}{2}) - f^n(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \\ \left. \frac{\partial f(x, y, z, t)}{\partial t} \right|_{t=n\Delta t} \approx \frac{f^{n+1/2}(i, j, k) - f^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \end{cases} \quad (2.6)$$

Yee 于 1966 年提出了基于 Yee 元胞的直接求解方程的有限差分法^[21]。在时域有限差分离散中, 电场和磁场各节点的空间分布如图 2-2 所示。Yee 元胞的显著特点是电场和磁场六个分量沿单位立方体交替放置, 每个磁场分量由四个电场分量环绕, 每个电场分量由四个磁场分量环绕。这种电磁场各分量取样方式同时符合法拉第电磁感应定律和安培环路定律的自然结构, 合理地描述了电磁场的传播特性, 而且电磁场各分量的空间相对位置符合麦克斯韦方程如式(2.6)的差分计算。电场和磁场在时间上交替抽样, 相差半个时间步, 在空间上相差半个网格。麦克斯韦旋度方程离散以后构成了显式差分方程, 在时间上迭代求解, 避免了矩阵求逆运算, 在给定了电磁场的初始值后就可以利用 FDTD 法求解空间各个时刻的电磁场值分布。

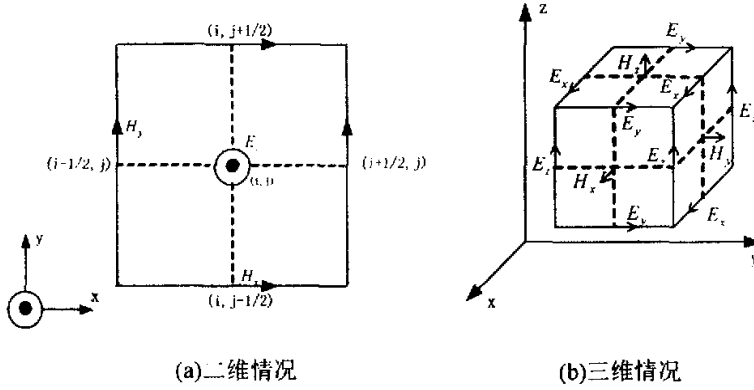


图 2-2 FDTD 离散 Yee 元胞

2.2.2 直角坐标系中的 FDTD 方法

以二维 TE 波为例,在直角坐标系下电场和磁场值的变化均与 z 轴无关,式(2.1)及(2.2)可以变形为:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} - \sigma_m H_z \end{cases} \quad (2.7)$$

对各分量在空间、时间离散,并对一阶偏导数取中心差分近似,由(2.7)式得到:

$$E_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) = CA(m) \cdot E_x^n(i + \frac{1}{2}, j) + CB(m) \cdot \frac{H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})}{\Delta y} \quad (2.8)$$

$$E_y^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) = CA(m) \cdot E_y^n(i, j + \frac{1}{2}) - CB(m) \cdot \frac{H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})}{\Delta x} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned}
 H_z^{n+1/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) = & CP(m) \cdot H_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}) \\
 & - CQ(m) \cdot \left[\frac{E_y^n(i+1, j+\frac{1}{2}) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2})}{\Delta x} \right. \\
 & \left. - \frac{E_x^n(i+\frac{1}{2}, j+1) - E_x^n(i+\frac{1}{2}, j)}{\Delta y} \right]
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

其中：

$$CA(m) = \frac{1 - \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}} \qquad CB(m) = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(m)}}{1 + \frac{\sigma(m)\Delta t}{2\varepsilon(m)}}$$

$$CP(m) = \frac{1 - \frac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}}{1 + \frac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}} \qquad CQ(m) = \frac{\frac{\Delta t}{\mu(m)}}{1 + \frac{\sigma_m(m)\Delta t}{2\mu(m)}}$$

上述三式中， Δx 、 Δy 、 Δz 表示空间网格的大小， Δt 表示时间步长， m 表示媒质的种类， n 表示时间步数。

一旦得到了差分方程，二维 TE 波的电磁场计算可按如下步骤进行：

- (1) 已知 $t_1 = t_0 = n\Delta t$ 时刻空间各处的磁场分布及 $t_1 - \Delta t/2$ 时刻空间各处电场值；
- (2) 计算 $t_2 = t_1 + \Delta t/2$ 时刻空间各处的电场值；
- (3) 计算 $t_1 = t_2 + \Delta t/2$ 时刻空间各处的磁场值。

这样，通过(2)和(3)循环递推可以得到各个时刻空间各处的电场和磁场值。对于三维和一维情形，计算过程基本与之相似。

同时必须注意，在电磁场问题的计算过程中往往会遇到介质参数突变的情况。对于在介质分界面上的电场和磁场节点，介质的电磁参数需要用其等效形式代替。在 FDTD 法的计算过程中，若各元胞电磁参数以元胞中心点为样本值，则在电磁场的递推过程中， ε 和 σ 取电场分量所在元胞相邻的四个元胞介质参数的平均值， μ 和 σ_m 取磁场分量所在元胞相邻的两个元胞介质参数的平均值。

2.3 数值稳定性分析

时域有限差分方法是用差分方程的解来代替原来电磁场偏微分方程组的解，离散后需要保证差分方程解的收敛性和稳定性。收敛性是当离散间隔趋于零时，差分方程的解在空间任意一点和任意时刻都一致趋于原方程的解。稳定性是在离散间隔满足一定的条件下，差分方程的数值解与原方程的解之间的误差为有界。

2.3.1 时间离散稳定性分析

下面从稳定性要求角度分析时间离散时对时间间隔的约束条件。以时谐场 $f(x, y, z, t) = f_0 \exp(j\omega t)$ 为例，该时谐场是如下一阶微分方程：

$$\frac{\partial f}{\partial t} = j\omega f \quad (2.11)$$

的解。用差分近似代替上式左端的一阶导数，则微分方程变为如下差分方程：

$$\frac{f^{n+1/2} - f^{n-1/2}}{\Delta t} = j\omega f^n \quad (2.12)$$

其中 $f^n = f(x, y, z, n\Delta t)$ ，当 Δt 足够小时，数值步长因子 q 为：

$$q = \frac{f^{n+1/2}}{f^n} = \frac{f^n}{f^{n-1/2}} \quad (2.13)$$

将步长因子代入(2.12)式，得：

$$q^2 - j\omega\Delta t q - 1 = 0 \quad (2.14)$$

上式的解为：

$$q = \frac{j\omega\Delta t}{2} \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)^2} \quad (2.15)$$

如果差分方程(2.12)的解趋于解析解(2.11)式，则 $f^n = f_0 \exp(j\omega n\Delta t)$ ，于是数值步长因子 q 应为：

$$q = \frac{f^{n+1/2}}{f^n} = \exp\left(\frac{1}{2}j\omega\Delta t\right) \quad (2.16)$$

(2.16)式表明，数值稳定性要求在时间步 $n \rightarrow \infty$ 且 Δt 足够小时，步长因子 $|q| \leq 1$ ，

于是进一步得到:

$$\frac{\omega \Delta t}{2} \leq 1 \quad (2.17)$$

又因为 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 则(2.17)式变为:

$$\Delta t \leq \frac{T}{\pi} \quad (2.18)$$

上式中 T 表示周期。至此得到了时间离散时对 Δt 的约束条件。

2.3.2 Courant 稳定性条件

根据麦克斯韦方程, 三维空间(直角坐标系 x - y - z) 中电磁场满足如下齐次波动方程:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0 \quad (2.19)$$

对偏导数采用有限差分近似:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f(x + \Delta x) - 2f(x) + f(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (2.20)$$

对于平面波, (2.19)式的解为:

$$f(x, y, z, t) = f_0 \exp[-j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)] \quad (2.21)$$

将上式代入(2.20)式得:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{\exp(jk_x \Delta x) - 2 + \exp(-jk_x \Delta x)}{(\Delta x)^2} f = -\frac{\sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} f \quad (2.22)$$

由此得到波动方程的离散形式为:

$$\frac{\sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_y \Delta y}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_z \Delta z}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta z}{2}\right)^2} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (2.23)$$

即:

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 \left[\frac{\sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_y \Delta y}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_z \Delta z}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta z}{2}\right)^2} \right] = \left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right)^2 \quad (2.24)$$

根据(2.17)式可得:

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 \left[\frac{\sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_y \Delta y}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta y}{2}\right)^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_z \Delta z}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta z}{2}\right)^2} \right] = \left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right)^2 \leq 1 \quad (2.25)$$

对于任何 k_x 、 k_y 和 k_z , (2.25)式成立的充分条件是:

$$c\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad (2.26)$$

该式即为空间和时间离散间隔时应满足的关系, 称为 Courant 稳定性条件。

2.3.3 数值色散对空间离散的稳定性要求

下面以一维情况为例来分析数值色散对空间离散时的稳定性要求。一维波动方程为:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} f = 0 \quad (2.27)$$

对于平面波, 波动方程的解为:

$$f(x, t) = f_0 \exp[-j(kx - \omega t)] \quad (2.28)$$

将该式代入(2.27)式可得:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.29)$$

波的相速为:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} \quad (2.30)$$

对(2.27)进行有限差分近似, 对于平面波可得:

$$\frac{\sin^2\left(\frac{k\Delta x}{2}\right)}{\left(\frac{\Delta x}{2}\right)^2} - \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (2.31)$$

差分近似后 k 与 ω 不再是线性关系，导致相速与频率有关，因而出现了所谓的数值色散。所以即使介质本身是无色散的，对波动方程作差分近似也将导致色散。

由(2.30)、(2.31)式可得：

$$v_{\phi} = c \frac{\left| \sin\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \right|}{\left| \left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \right|} \quad (2.32)$$

若 $\theta \leq \frac{\pi}{12}$ ，则 $\sin\theta \approx \theta$ ，则由(2.32)式得：

$$\frac{k\Delta x}{2} \leq \frac{\pi}{12} \quad (2.33)$$

由此可得：

$$\Delta x \leq \frac{\lambda}{12} \quad (2.34)$$

该式即为减小数值色散所需满足的对 Δx 的限制条件。

同理可以得到对于时间离散的限制条件为：

$$\Delta t \leq \frac{T}{12} \quad (2.35)$$

上式对时间离散的限制条件相对于(2.18)式对时间离散间隔的稳定性要求更加苛刻。

2.4 吸收边界条件

在辐射和散射问题中，电磁场分布于全空间，但是有限的计算机存储资源和计算效率使得电磁场数值计算只能在有限区域内进行，这样就产生了以下两个问题：(1)在网络的截断边界处出现非物理的电磁波反射。(2)在截断边界上场的计

算需要截断边界外的场信息。因此为了模拟开域的电磁场传播，必须在截断边界处给出吸收边界条件。吸收边界条件是通过在截断边界处运用特殊的计算公式或算法来消除或减轻截断处的非物理的电磁波反射。吸收边界最初由插值边界发展而来，Mur 于 1981 年提出了 Mur 吸收边界条件^[28]，1994 年 Berenger 提出了完全匹配吸收边界条件^[29]。吸收边界条件在时域有限差分法计算中起着至关重要的作用，下面将对 Mur 二阶吸收边界条件和完全匹配层分别进行分析与比较，为后面的工作奠定基础。

2.4.1 Mur 二阶吸收边界条件

Mur 吸收边界条件是基于单向行波方程的各阶近似导出的。对于二维电磁场问题，二阶近似吸收边界条件可降低为只含 \mathbf{E} 、 \mathbf{H} 分量的一阶导数，从而使数值计算式得到简化。下面我们将从 Engquist-Majda 吸收边界条件^[30]出发，由二阶近似吸收边界，逐步推导出 Mur 二阶吸收边界条件。

二维情况下的齐次波动方程为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (2.36)$$

对于平面波，其解为：

$$f(x, y, t) = A \exp[j(\omega t - k_x x - k_y y)] \quad (2.37)$$

在截断边界处同时有入射波和反射波，则上式可分解为：

$$\begin{aligned} f(x, y, t) = & A_- \exp[j(\omega t + \sqrt{k^2 - k_y^2} x + k_y y)] \\ & + A_+ \exp[j(\omega t - \sqrt{k^2 - k_y^2} x + k_y y)] \end{aligned} \quad (2.38)$$

其中：

$$k_x^2 + k_y^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (2.39)$$

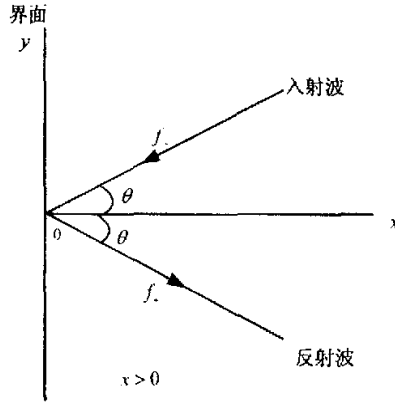


图 2-3 入射波与反射波

在分界面处, (2.38)式中右端第一项为左行波, 代表入射波, 记作: f_- ; 第二项为右行波, 代表反射波, 记作 f_+ , 如图 2-3 所示。则:

$$f_- = A_- \exp[j(\omega t + \sqrt{k^2 - k_y^2} x + k_y y)] \quad (2.40)$$

$$f_+ = A_+ \exp[j(\omega t - \sqrt{k^2 - k_y^2} x + k_y y)] \quad (2.41)$$

将(2.37)式代入(2.36)式得:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (k^2 - k_y^2)f = 0 \quad (2.42)$$

在此定义微分算符 L 为:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (k^2 - k_y^2) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{k^2 - k_y^2}\right) \left(\frac{\partial}{\partial x} + j\sqrt{k^2 - k_y^2}\right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

将式(2.43)右端两项分别记为 L_- 和 L_+ , 且

$$L_- = \left(\frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{k^2 - k_y^2}\right) \quad (2.44)$$

$$L_+ = \left(\frac{\partial}{\partial x} + j\sqrt{k^2 - k_y^2}\right) \quad (2.45)$$

上式中 L_- 、 L_+ 分别称为左行波算符和右行波算符。将(2.40)式、(2.41)式分别代入(2.42)式得:

$$\begin{aligned}
 L_- f_- &= \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{k^2 - k_y^2} \right) \right] \left[A_- \exp[j(\omega t + \sqrt{k^2 - k_y^2} x + k_y y) \right] \\
 &= \frac{\partial}{\partial x} f_- - j\sqrt{k^2 - k_y^2} f_-
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

$$= j\sqrt{k^2 - k_y^2} f_- - j\sqrt{k^2 - k_y^2} f_- = 0$$

同理得： $L_+ f_+ = 0$ (2.47)

将左行波算符作用在平面波上可得：

$$L_- f = L_- f_- + L_- f_+ = L_- f_+ \tag{2.48}$$

在截断边界处设置条件：

$$L_- f|_{x=0} = 0 \tag{2.49}$$

即： $\left(\frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{k^2 - k_y^2} \right) f \Big|_{x=0} = 0$ (2.50)

则在截断界面处反射波为零，从而消除了计算电磁场时由于截断而产生的非物理反射波。为了将频域变换到时域，作以下算符替换：

$$jk \rightarrow \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \quad jk_y \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} \tag{2.51}$$

则： $\frac{\partial}{\partial x} - j\sqrt{k^2 - k_y^2} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}}$ (2.52)

由(2.50)可以得到：

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} - \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] f \Big|_{x=0} = 0 \tag{2.53}$$

该式称为 Engquist-Majda 吸收边界条件。

当讨论截断边界位于讨论区域右侧时，则 Engquist-Majda 吸收边界条件为：

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} + \sqrt{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}} \right] f \Big|_{x=r} = 0 \tag{2.54}$$

由该式可以推导出二阶和二阶近似吸收边界条件。下面对二阶近似吸收边界条件进行讨论。引入如下的 Taylor 级数展开式：

$$\sqrt{1-\chi} \approx 1 - \frac{\chi}{2} + \dots \quad (2.55)$$

则对算子 L_+ 用 Taylor 级数二项近似后得:

$$L_+ = \frac{\partial}{\partial x} - jk \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \right] \quad (2.56)$$

将 L_+ 代入(2.50)式可得:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - jk \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{k_y}{k} \right)^2 \right] \right) f \Big|_{x=0} = 0 \quad (2.57)$$

$$\text{即: } \left(jk \frac{\partial}{\partial x} + k^2 - \frac{1}{2} k_y^2 \right) f \Big|_{x=0} = 0 \quad (2.58)$$

利用(2.51)式, 将其变换到时域得:

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f \Big|_{x=0} = 0 \quad (2.59)$$

该式即为二阶边界近似吸收条件。

对于二维电磁场问题, (2.59)式可以进一步简化, 使其只含有一阶导数项。

若电磁波为 TM 波, 令 $f = E_z$, 得:

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_z \Big|_{x=0} = 0 \quad (2.60)$$

设 $\sigma_m = 0$, 并由麦克斯韦旋度方程可得:

$$\left[\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} - \frac{c\mu}{2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial t} \right]_{x=0} = 0 \quad (2.61)$$

将上式对 t 积分, 并设初始时刻场值为零, 则:

$$\left[\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t} - \frac{c\mu}{2} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right]_{x=0} = 0 \quad (2.62)$$

同理可得 TE 波的 Mur 吸收边界条件为:

$$\left[\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{c\varepsilon}{2} \frac{\partial E_x}{\partial y} \right]_{x=0} = 0 \quad (2.63)$$

由以上分析可以看出, Mur 二阶近似吸收边界条件比一阶近似吸收边界条件

($\left. \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x=0} = 0$) 仅多一项一阶导数项, 故比二阶边界近似条件计算简单。但是,

Mur 吸收边界条件需要假设波速为常数, 当波速不是常数时 Mur 吸收边界条件并不理想。当计算精度要求不高时, Mur 吸收边界条件非常适用。

2.4.2 完全匹配层

完全匹配层(Perfectly Matched Layer, 简称 PML)是法国科学家 Berenger 在 1994 年提出的, 其实质是在 FDTD 计算区域的截断边界处设置一种特殊介质层, 该层介质波阻抗与相邻介质波阻抗完全匹配, 使得入射波无反射地进入 PML 层。并且 PML 层为有耗介质, 进入 PML 层的透射波将迅速衰减。

下面我们将以二维 TE 波为例推导 PML 介质中的波动方程。在直角坐标系下自由空间中二维 TE 波的麦克斯韦方程为:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.64)$$

在 PML 介质中, 假设将磁场分量 H_z 分解为两个子分量 H_{zx} 和 H_{zy} , 并且满足 $H_z = H_{zx} + H_{zy}$, 因此麦克斯韦方程可以写成如下形式:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial(H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_{mx} H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_{my} H_{zy} = \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{cases} \quad (2.65)$$

PML 介质中的重要基本条件是阻抗匹配条件, 下面以 TE 波为例进行分析。

当平面波在 PML 介质中传播时, 4 个场分量可以表示为:

$$\begin{cases} E_x = -E_0 \sin \varphi \exp[j\omega(t - \alpha x - \beta y)] \\ E_y = E_0 \cos \varphi \exp[j\omega(t - \alpha x - \beta y)] \\ H_{zx} = H_{zx0} \exp[j\omega(t - \alpha x - \beta y)] \\ H_{zy} = H_{zy0} \exp[j\omega(t - \alpha x - \beta y)] \end{cases} \quad (2.66)$$

其中：\$E_0\$ 为 TE 波的电场幅值，\$\varphi\$ 为电场与 \$y\$ 轴的夹角，\$H_{zx0}\$ 和 \$H_{zy0}\$ 分别表示磁场子分量 \$H_{zx}\$ 和 \$H_{zy}\$ 的振幅。

把(2.66)式中的 \$E_x\$、\$E_y\$、\$H_{zx}\$ 和 \$H_{zy}\$ 代入 (2.65)，得：

$$\begin{cases} \varepsilon_0 E_0 \sin \varphi - j \frac{\sigma_y}{\omega} E_0 \sin \varphi = \beta(H_{zx0} + H_{zy0}) \\ \varepsilon_0 E_0 \cos \varphi - j \frac{\sigma_x}{\omega} E_0 \cos \varphi = \alpha(H_{zx0} + H_{zy0}) \\ \mu_0 H_{zx0} - j \frac{\sigma_{mx}}{\omega} H_{zx0} = \alpha E_0 \cos \varphi \\ \mu_0 H_{zy0} - j \frac{\sigma_{my}}{\omega} H_{zy0} = \beta E_0 \sin \varphi \end{cases} \quad (2.67)$$

由(2.67)的后两式可得：

$$\begin{cases} H_{zx0} = \frac{\alpha E_0 \cos \varphi}{\mu_0 - j \frac{\sigma_{mx}}{\omega}} \\ H_{zy0} = \frac{\beta E_0 \sin \varphi}{\mu_0 - j \frac{\sigma_{my}}{\omega}} \end{cases} \quad (2.68)$$

将其代入(2.67)的前两式可得：

$$\begin{cases} \varepsilon_0 \mu_0 \left(1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}\right) \sin \varphi = \beta \left[\frac{\alpha \cos \varphi}{1 - j \frac{\sigma_{mx}}{\mu_0 \omega}} + \frac{\beta \sin \varphi}{1 - j \frac{\sigma_{my}}{\mu_0 \omega}} \right] \\ \varepsilon_0 \mu_0 \left(1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}\right) \cos \varphi = \alpha \left[\frac{\alpha \cos \varphi}{1 - j \frac{\sigma_{mx}}{\mu_0 \omega}} + \frac{\beta \sin \varphi}{1 - j \frac{\sigma_{my}}{\mu_0 \omega}} \right] \end{cases} \quad (2.69)$$

由此可以得到 \$\alpha\$、\$\beta\$、\$\varphi\$ 之间的关系为：

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{G} \left(1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}\right) \cos \varphi \\ \beta = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{G} \left(1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}\right) \sin \varphi \end{cases} \quad (2.70)$$

其中:

$$\begin{cases} G = \sqrt{\omega_x \cos^2 \varphi + \omega_y \sin^2 \varphi} \\ \omega_x = \frac{1 - j \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0 \omega}}{1 - j \frac{\sigma_{mx}}{\mu_0 \omega}} & \omega_y = \frac{1 - j \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0 \omega}}{1 - j \frac{\sigma_{my}}{\mu_0 \omega}} \end{cases} \quad (2.71)$$

则各场分量可以统一表示为:

$$\begin{aligned} T = T_0 \exp \left[j \omega \left(t - \frac{x \cos \varphi + y \sin \varphi}{cG} \right) \right] \\ \times \exp \left(- \frac{\sigma_x \cos \varphi}{\varepsilon_0 cG} x \right) \exp \left(- \frac{\sigma_y \sin \varphi}{\varepsilon_0 cG} y \right) \end{aligned} \quad (2.72)$$

上式中 T_0 表示振幅, c 表示光速。

由(2.67)式及(2.70)式可得:

$$\begin{cases} H_{z0} = E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{G} \omega_x \cos^2 \varphi \\ H_{y0} = E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{G} \omega_y \sin^2 \varphi \end{cases} \quad (2.73)$$

则磁场分量的振幅为:

$$H_0 = H_{z0} + H_{y0} = E_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} G \quad (2.74)$$

因而波阻抗为:

$$Z = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{1}{G} \quad (2.75)$$

当 σ_x 、 σ_y 、 σ_{mx} 、 σ_{my} 满足下列关系:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_x}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{mx}}{\mu_0} \\ \frac{\sigma_y}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{my}}{\mu_0} \end{cases} \quad (2.76)$$

时, ω_x, ω_y 和 G 对任何的 ω 均等于 1, 该式称为阻抗匹配条件。此时场分量和介质波阻抗变为:

$$\begin{aligned} T = T_0 \exp \left[j\omega \left(t - \frac{x \cos \varphi + y \sin \varphi}{c} \right) \right] \\ \times \exp \left(-\frac{\sigma_x \cos \varphi}{\epsilon_0 c} x \right) \exp \left(-\frac{\sigma_y \sin \varphi}{\epsilon_0 c} y \right) \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (2.78)$$

(2.77)式表明: PML 介质中平面波的相位传播方向与电场方向垂直, 相速度等于光速; 振幅沿 x 轴和 y 轴呈指数衰减, 并且衰减的快慢与介质的电导率直接相关。

当两种 PML 介质的分界面垂直于 x 轴时, 平面波由一种 PML 介质进入另一种 PML 介质, 如图(2-4)所示。当两种介质的参数 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{mx}, \sigma_{my}$ 满足一定条件时, 在分界面处以任意频率任意角度入射的波都可以完全无反射地由分界面的一侧进

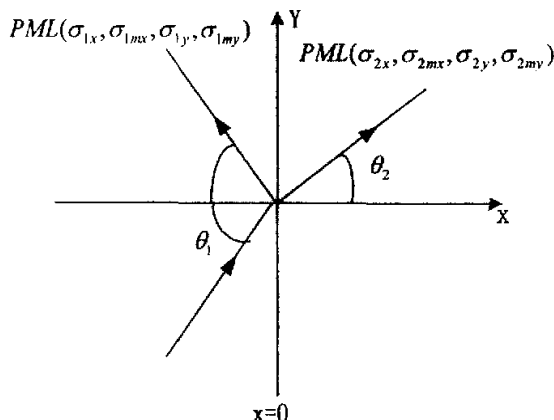


图 2-4 PML 介质吸收边界模型

入另一侧。设入射波、反射波和透射波的电场和磁场分量分别表示为

E_i 、 E_r 、 E_t 、 H_i 、 H_r 和 H_t ， E_{i0} 、 E_{r0} 、 E_{t0} 分别表示 E_i 、 E_r 、 E_t 的振幅，则在分界面处，入射波、反射波、折射波的电场分量为：

$$\begin{cases} E_i = E_{i0} \exp\left[-\frac{j\omega y \sin\theta_1}{cG_1} \left(1 - \frac{j\sigma_{1y}}{\varepsilon_0\omega}\right)\right] \\ E_r = E_{r0} \exp\left[-\frac{j\omega y \sin\theta_1}{cG_1} \left(1 - \frac{j\sigma_{1y}}{\varepsilon_0\omega}\right)\right] \\ E_t = E_{t0} \exp\left[-\frac{j\omega y \sin\theta_2}{cG_2} \left(1 - \frac{j\sigma_{2y}}{\varepsilon_0\omega}\right)\right] \end{cases} \quad (2.79)$$

其中 θ_1 、 θ_2 分别为入射角和透射角，而磁场分量为：

$$\begin{cases} H_i = \frac{E_i}{Z_1} \\ H_r = \frac{E_r}{Z_1} \\ H_t = \frac{E_t}{Z_2} \end{cases} \quad (2.80)$$

根据电场和磁场的切向连续性，在分界面处有：

$$\begin{cases} E_{i0} \cos\theta_1 - E_{r0} \cos\theta_1 = E_{t0} \cos\theta_2 \\ \frac{E_{i0}}{Z_1} + \frac{E_{r0}}{Z_1} = \frac{E_{t0}}{Z_2} \end{cases} \quad (2.81)$$

则以 TE 波为例，反射系数 r_p （界面处反射波和入射波电场之比）为：

$$r_p = \frac{Z_2 \cos\theta_2 - Z_1 \cos\theta_1}{Z_2 \cos\theta_2 + Z_1 \cos\theta_1} = \frac{G_1 \cos\theta_2 - G_2 \cos\theta_1}{G_1 \cos\theta_2 + G_2 \cos\theta_1} \quad (2.82)$$

当两种 PML 介质具有相同横向电导率和横向磁导率时， $r_p = 0$ 。若两种 PML 介质不匹配，但是具有相同的横向电导率和磁导率，则反射系数为：

$$r_p = \frac{\sin\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_2 \cos\theta_1} = \frac{\sqrt{w_{x1}} - \sqrt{w_{x2}}}{\sqrt{w_{x1}} + \sqrt{w_{x2}}} \quad (2.83)$$

由此可以看出，即使介质不匹配，反射系数只与入射频率有关而与入射角 θ_1 无关。

当介质参数满足阻抗匹配条件时， $w_{1x} = w_{2x} = 1$ ，那么(2.83)式中 $r_p = 0$ 。

同样可以分析分界面处置于 y 轴的情况。

在利用 FDTD 法计算电磁场值时，完全匹配层设置的基本结构如图 2-5 所示。

在 FDTD 法计算中，完全匹配层的设置不能是半无限空间方式，通常以理想导体作为完全匹配层的最外侧截断边界。

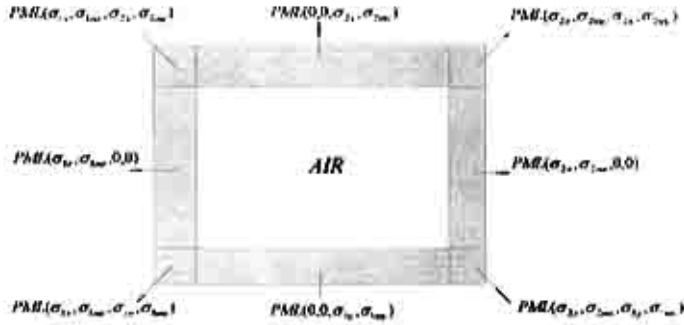


图 2-5 PML 边界参数设置

PML 吸收层的网格剖分方式与常规 FDTD 完全一致，唯一的区别是由于 PML 介质中的波方程将 H_z 分量分解为两个子分量 H_{zx} 和 H_{zy} ，因而需要在节点处同时计算 H_{zx} 和 H_{zy} 。从理论上说，普通介质均可视为特殊的 PML 介质，但是这样的处理方式将多计算一个分量，所以一般只在 PML 吸收层中应用 PML 差分方程。由于在 PML 介质中电磁波衰减非常快，所以中心差分近似已经不再适用，需采用指数差分。这样，(2.65)式变为：

$$E_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) = \exp\left[-\sigma_y \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0}\right] E_x^{n-1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) - \frac{1 - \exp\left[-\sigma_y \left(j + \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0}\right]}{\Delta y \sigma_y \left(j + \frac{1}{2}\right)} [H_z^n(i, j) - H_z^n(i, j+1)] \quad (2.84)$$

$$E_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) = \exp\left[-\sigma_x \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0}\right] E_y^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - \frac{1 - \exp\left[-\sigma_x \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{\Delta t}{\epsilon_0}\right]}{\Delta x \sigma_x \left(i + \frac{1}{2}\right)} [H_z^n(i+1, j) - H_z^n(i, j)] \quad (2.85)$$

$$H_{zx}^{n+1}(i, j) = \exp\left[-\sigma_{mx}(i)\frac{\Delta t}{\mu_0}\right] H_{zx}^n(i, j) - \frac{1 - \exp\left[-\sigma_{mx}(i)\frac{\Delta t}{\mu_0}\right]}{\Delta x \sigma_{mx}(i)} \times \left[E_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - E_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j\right) \right] \quad (2.86)$$

$$H_{zy}^{n+1}(i, j) = \exp\left[-\sigma_{my}(j)\frac{\Delta t}{\mu_0}\right] H_{zy}^n(i, j) + \frac{1 - \exp\left[-\sigma_{my}(j)\frac{\Delta t}{\mu_0}\right]}{\Delta y \sigma_{my}(j)} \times \left[E_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) - E_x^{n+1/2}\left(i, j - \frac{1}{2}\right) \right] \quad (2.87)$$

从(2.84)式~(2.87)式可以发现, 对于图 2-5 所示的 PML 媒质边界设置模型中左、右、上和下 PML 边界, 由于 $\sigma_y = 0$, $\sigma_{my} = 0$, $\sigma_x = 0$, $\sigma_{mx} = 0$ 需做如下处理:

$$\lim_{\sigma_y \rightarrow 0} \frac{1 - \exp\left[-\sigma_y \frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\right]}{\Delta y \sigma_y} = \frac{\Delta t}{\Delta y \varepsilon_0} \quad (2.88)$$

$$\lim_{\sigma_x \rightarrow 0} \frac{1 - \exp\left[-\sigma_x \frac{\Delta t}{\varepsilon_0}\right]}{\Delta x \sigma_x} = \frac{\Delta t}{\Delta x \varepsilon_0} \quad (2.89)$$

$$\lim_{\sigma_{mx} \rightarrow 0} \frac{1 - \exp\left[-\sigma_{mx} \frac{\Delta t}{\mu_0}\right]}{\Delta x \sigma_{mx}} = \frac{\Delta t}{\Delta x \mu_0} \quad (2.90)$$

$$\lim_{\sigma_{my} \rightarrow 0} \frac{1 - \exp\left[-\sigma_{my} \frac{\Delta t}{\mu_0}\right]}{\Delta y \sigma_{my}} = \frac{\Delta t}{\Delta y \mu_0} \quad (2.91)$$

因此 PML 媒质左、右、上和下边界处的计算公式变为:

$$E_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = E_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\Delta y \varepsilon_0} \left[H_z^n(i, j) - H_z^n(i, j + 1) \right] \quad (2.92)$$

$$E_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) = E_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - \frac{\Delta t}{\Delta x \varepsilon_0} \left[H_z^n(i + 1, j) - H_z^n(i, j) \right] \quad (2.93)$$

$$H_{zx}^{n+1}(i, j) = H_{zx}^n(i, j) - \frac{\Delta t}{\Delta x \mu_0} \left[E_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - E_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j\right) \right] \quad (2.94)$$

$$H_{zy}^{n+1}(i, j) = H_{zy}^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\Delta y \epsilon_0} \left[E_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - E_x^{n+1/2}(i, j - \frac{1}{2}) \right] \quad (2.95)$$

理想匹配层对于任意频率、任意极化方向、任意角度的入射波都能无反射地吸收，可以解决色散媒质问题。但是在实现过程中，电磁场分量被分解为两个子分量，对麦克斯韦方程变形以增加自由度，实现时需要原有的 FDTD 做修改。因此，Z.S.Sacks^[31] 和 Gedney^[32] 提出了 PML 吸收边界的另一种实现方法，即各向异性介质完全匹配层。该方法的思想是用一种各向异性的吸收媒质吸收外向波，它是通过适当地选取单轴异性介质的本构参数使得计算区域与媒质交界面无反射。该方法不需要对 Maxwell 方程做修改，实现相对简单。各向异性完全匹配层在 FDTD 法计算中常用作高有耗介质或有倏逝波时的吸收边界。同时 PML 媒质不适用于有耗凋落波情况，因此 Fang 等提出广义匹配层的 (Generalized Perfectly Matched Layer, 简称 GPML) 方法^[33]。

2.5 小结

由前面对 Mur 吸收边界条件和完全匹配层的分析可以得出以下结论：(1) Mur 二阶吸收边界条件和完全匹配层均具有一定的吸收外向行波特性，在均匀介质中，完全匹配层的性能比 Mur 吸收条件的吸收效果好的多。(2) 对于色散媒质，Mur 二阶吸收边界条件完全不能适用，而完全匹配层则产生了相应的广义完全匹配层如 Sacks 和 Gedney 提出的各向异性介质完全匹配层，从而使各向异性媒质问题得到了解决。(3) 由上述方法所产生的相对反射误差和晚时瞬态散射的幅度差别较小，因此 FDTD 方法能很好地处理这类问题。但是，由于雷达等效采样所引入的噪声使得难以提取晚时响应，因此对于散射场的计算主要集中在早时响应，故在探地雷达的研究过程中可以采用这些吸收方法。(4) Mur 吸收边界条件在计算中只涉及截断边界附近一层或两层网格，而完全匹配层层厚通常有 3~9 个网格，并且 PML 层中同一个节点上的场分量要分解成两个子分量，因此较 Mur 二阶吸收边界条件需要更多的计算时间和内存，且增加了编程难度。在应用过程中，应结合实际情

况，选择适当的吸收方法，从而达到最佳性能。

第三章 基于 FDTD 的探地雷达数据仿真

3.1 引言

随着对探地雷达研究的深入, 实测数据的匮乏已经成为阻碍其进一步发展的一个重要因素, 于是有必要对探地雷达回波数据进行模拟, 而且通过对探地雷达系统的模拟能更有效地加深对探地雷达信号的理解。回波模拟是研究电磁波在介质中传播规律的一种方法, 有着重要的研究意义和价值。首先如上所述, 它可以提供更多类型的实验数据, 从而促进成像、杂波抑制和电磁参数估计等算法的研究, 并能更有效地验证相应算法的可行性和正确性; 其次, 它还可以加深对雷达反射剖面的认识。

在探地雷达的研究过程中, 所关心的目标基本上可分为三类: (1)地雷、古董等块状物; (2)管道、沟渠等细长物; (3)探测公路沥青厚度等地下介质不连续情况。由于探地雷达的目标散射回波具有以下特点: (1)回波和土壤厚度相关, 目标时延和深度不唯一; (2)由于地面起伏、地下介质不均匀或存在目标而引起多次散射, 晚时响应很难被提取出来并加以应用, 因此要重点研究目标早时响应所包含的信息。

本章主要研究基于 FDTD 法的探地雷达回波数据数值计算问题。

3.2 计算模型

探地雷达使用的是偶极源。在离源较远的地方, 波的等相面在一定范围内可以看成平面, 此时其波场转化为平面波。因此, 探地雷达天线发射出的电磁脉冲在到达被侧面时, 其波前可近似看作为平面, 在零偏置(发射和接收天线在同一位置)情况下, 发射波波前可以近似看作与路表垂直。探地雷达发射与接收的原理如图 3-1 所示。

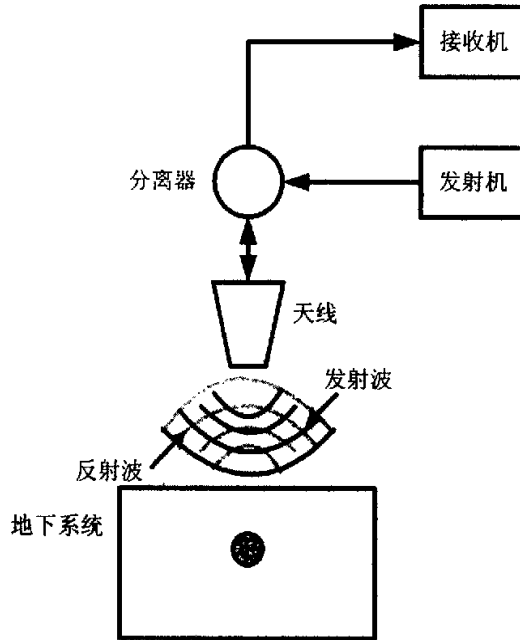


图 3-1 探地雷达入射波和反射波

当雷达脉冲波垂直入射到路面沿路表以下深度方向 (z 轴方向) 传播时, 电磁场满足 Maxwell 方程, 并可表示为:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = -(\omega^2 \mu \epsilon - j \omega \mu \sigma) E \quad (3.1)$$

相应的解为:

$$E = E_0 e^{-kz} \quad (3.2)$$

其中, E_0 为电场矢量的振幅, k 为波数, 其值取决于电磁波频率和介质特性, 其表达式为:

$$k = \omega \sqrt{\mu(\epsilon + j \frac{\sigma}{\omega})} = \alpha + j\beta \quad (3.3)$$

且波数 k 的实部 α 和虚部 β 分别为:

$$\begin{cases} \alpha = \left(\frac{\omega^2 \mu \varepsilon}{2}\right)^{1/2} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2 \right]^{1/2} + 1 \right\}^{1/2} \\ \beta = \left(\frac{\omega^2 \mu \varepsilon}{2}\right)^{1/2} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \varepsilon}\right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\}^{1/2} \end{cases} \quad (3.4)$$

因此(3.2)式可改写成:

$$E = E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \quad (3.5)$$

在传播方向上, 波的振幅呈指数型衰减, 脉冲形状由于 βz 的非线性相位而引起畸变。 α 、 β 的物理意义分别为: 单位距离上振幅的衰减和单位长度上的相移量。显然, α 、 β 只与电磁波的频率和传播空间的介质特性有关。

对于探地雷达, 其接收到的散射回波可以表示为:

$$E(t) = E^D(t) + \sum_{n=1}^N E_n^T(t) + n(t) \quad (3.6)$$

其中, $E^D(t)$ 表示直达波, 包含收发天线直接耦合波、地面反射波和它们之间多次波叠加, E_n^T 表示地下第 n 个目标回波, $n(t)$ 表示噪声^[34]。

由第二章分析可以看出, 时域有限差分法简单直观、运算速度快, 更重要的是能够应用于复杂媒质, 因此我们将该方法应用到探地雷达中^[35]。根据探地雷达自身的特点, 我们无需进行远场计算, 只考虑近场, 因此可以将 FDTD 法计算模型加以简化, 如下图 3-2 所示。

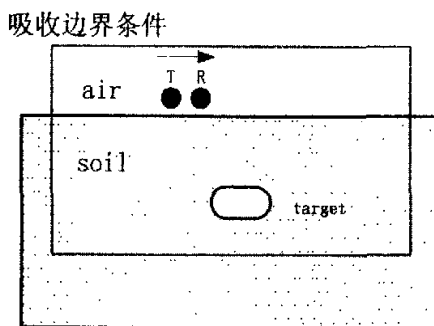


图 3-2 FDTD 计算模型

如第二章所述，为了保证离散麦克斯韦方程的稳定性和收敛性，在对时间、空间离散化时需满足如下条件：

$$\Delta t \leq \frac{c}{\sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}}} \quad \delta \leq \frac{\lambda}{12} \quad (3.7)$$

其中， $\delta = \max\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$ 。

离散化中的网格和时间步越小，计算精度越高，但需要更多的计算资源。在实际计算过程中，网格的划分和时间步长的选取除了需要满足 FDTD 方法本身的要求外还要综合考虑诸如计算资源、计算精度和地质结构的复杂程度等诸多因素。由于计算资源与运算时间、精度是一对矛盾，当计算资源不够丰富时，可以采用非均匀网格划分，对所关注的目标区域或介质比较复杂的区域可以减小网格的尺寸 [16][17]。

3.3 仿真实验

首先进行下面的仿真实验。假定入射波为 TE 极化的调制高斯脉冲，发射频率为，其波形如图 3-3 所示。土壤参数选取为与频率无关的相对介电常数和电导率。这里假设土壤介质是均匀的，介电常数 $\varepsilon = 2\varepsilon_0$ ，电导率 $\sigma = 0.005 \text{ s/m}$ 。目标的介电常数和电导率分别为 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ ， $\sigma = 1.0 \times 10^7 \text{ s/m}$ 。利用 FDTD 来计算目标的散射，计算网格数为 120×60 。在实际计算中，为了防止数值色散，在对空间和时间离散时依据第二章的分析，由 (2.34) 式和(2.35) 式，分别选定空间离散间隔为 $\Delta x = 0.003 \text{ m}$ ，时间步长为 $\Delta t = 4.0028 \times 10^{-12} \text{ s}$ 。在截断边界处分别设 PML 层作为边界吸收条件。利用 FDTD 法计算出的目标散射波如图 3-4 中所示的实线。图 3-4 中的点画线为入射源的波形。通过比较入射波和散射波我们可以看出目标的散射波形与源波形保持一致，只是经介质传播后，散射波出现了一段时间的延时和幅度的衰减。

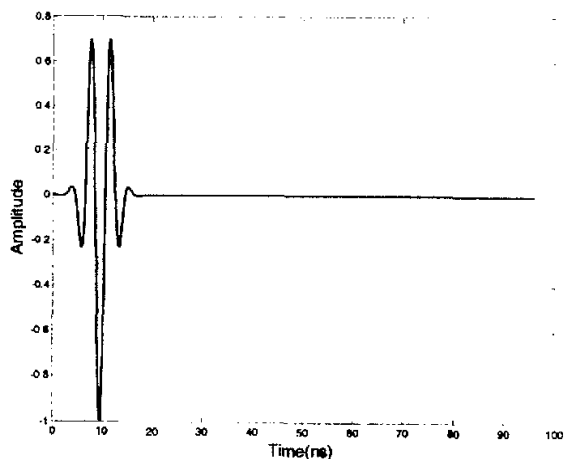


图 3-3 调制高斯脉冲波形图

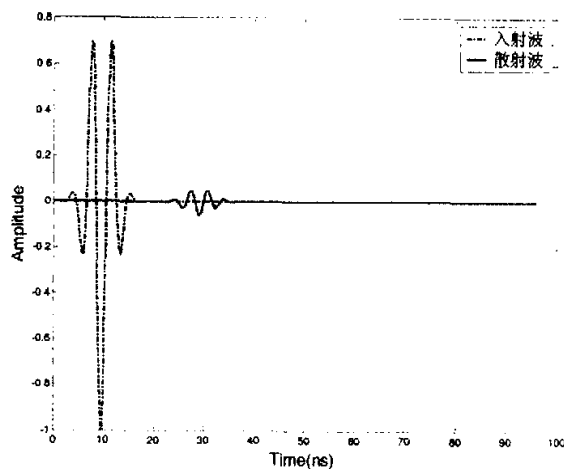


图 3-4 入射脉冲波形及目标散射波形图

为了验证计算方法的可行性，针对目标处的散射波，进行了以下三种情况的实验：(1) 目标深度发生变化；(2) 目标的电导率发生变化；(3) 土壤的电导率发生变化。

首先，对目标深度发生变化的情况做仿真实验。选定土壤的介电常数 $\epsilon = 2\epsilon_0$ ，电导率 $\sigma = 0.005 \text{ s/m}$ ，目标介电常数 $\epsilon = 4\epsilon_0$ ，电导率 $\sigma = 1.0 \times 10^7 \text{ s/m}$ 。相应的波形结果如图 3-5 所示，图中虚线和实线分别表示目标在深度方向上第 60 和第 90 个网格点处的回波。由此图，可以看出随着深度的增加，反射回波延时增加，并且出现衰减。

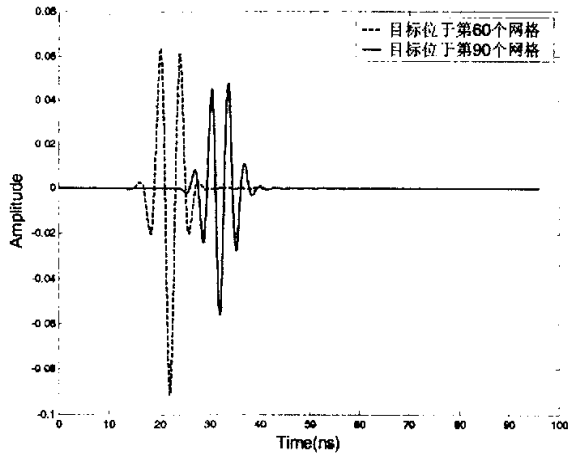


图 3-5 目标深度变化时的散射曲线

接下来对目标电导率变化对回波的影响进行研究。实验中选定土壤的介电常数 $\varepsilon = 2\varepsilon_0$ ，电导率 $\sigma = 0.005\text{s/m}$ 保持不变，目标的介电常数为 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ ，当电导率分别为 $\sigma = 1.0 \times 10^2\text{s/m}$ 和 $\sigma = 1.0 \times 10^4\text{s/m}$ 时，反射回波的波形如图 3-6 所示，实线和点画线分别表示电导率 $\sigma = 1.0 \times 10^2\text{s/m}$ 和 $\sigma = 1.0 \times 10^4\text{s/m}$ 时目标处的散射波。通过实验发现，随着目标介质电导率的增加，反射强度增大。

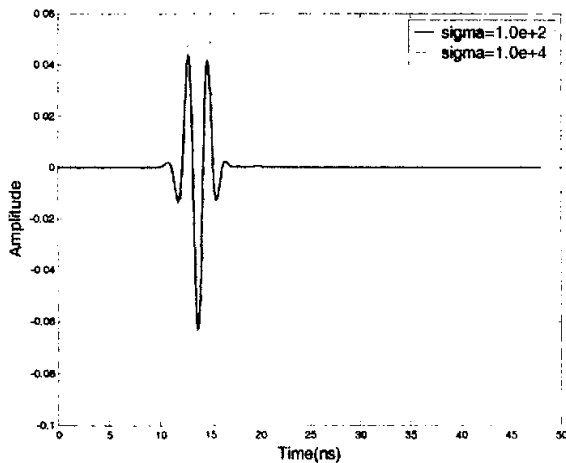


图 3-6 目标电导率变化时的散射曲线

下面我们分析媒质的电导率发生改变时对回波的影响。实验中选定目标的电导率为 $\sigma = 1.0 \times 10^7\text{s/m}$ ，介电常数为 $\varepsilon = 4\varepsilon_0$ ，土壤的介电常数为 $\varepsilon = 2\varepsilon_0$ 。当土壤

的电导率分别为 $\sigma = 0.001\text{s/m}$, $\sigma = 0.02\text{s/m}$ 时, 目标处散射的回波如图 3-7 所示。从图 3-7 可以看出介质电导率增加时反射波减弱。

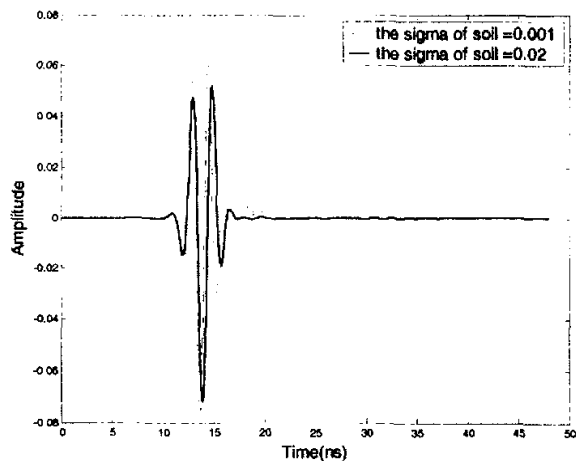


图 3-7 土壤电导率变化时散射曲线

上面利用 FDTD 法对目标处的电磁场进行计算, 类似的, 也可以得到雷达观测点处的波形。图 3-8 中, 虚线是发射源的波形, 实线为雷达观测点接收到的波放大 300 倍后的波形。通过比较可以看出, 波形的幅度虽然有了严重的衰减, 但是波形基本保持一致。

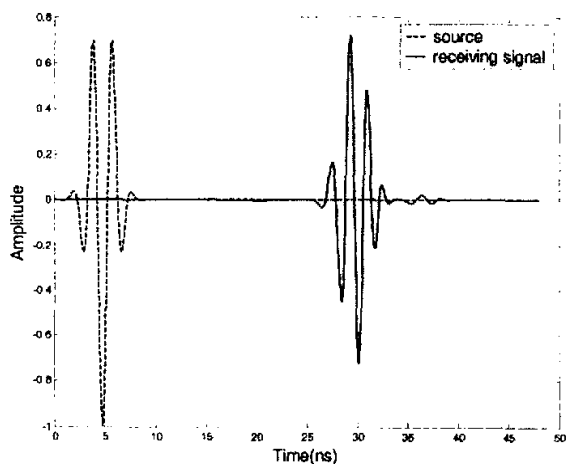


图 3-8 观测点接收到的波形

3.4 小结

由于探地雷达研究中获得实测数据代价比较高、且数据类型不够丰富，因此对雷达回波数据的仿真成为一项非常有意义的工作。本章建立了利用 FDTD 法计算回波的数学模型，研究了计算目标电磁散射场的 FDTD 方法，详细的数值计算示例表明该方法应用在探地雷达数据模拟中具有可行性和精确性。

第四章 基于 FDTD 的成像算法研究

4.1 引言

在复杂的介质结构下，传统的成像方法不能实现或实现起来比较困难，如：SAR 时域聚焦法只适用于均匀和分层介质；Stolt 偏移成像只适合均匀介质；Phase-Shift 偏移成像法虽然允许速度在垂直方向上变化，但是不能解决在水平方向上有速度变化的情况。尽管在 Stolt 偏移成像和 Phase-shift 偏移成像算法的基础上出现了一些改进算法^{[13][38]}，提高了算法的灵活性，但没有从本质上解决问题，而且这些算法同时增加了实现的复杂程度。

通过第二章的介绍，我们知道 FDTD 是电磁场数值计算的一种有效方法。利用 FDTD 实现电磁波场的偏移具有如下优点：(1)避免了直接计算格林函数；(2)只在时域进行计算，不用时-频域的转换；(3)FDTD 法能够应用到已知的非均匀介质（包括色散媒质）的电磁场数值计算中；(4)FDTD 方法中源可以放在任意位置，避开了对于地表有起伏情况下的修正。

本章在文献[12]的基础上，首先简要概述了偏移成像法和基于匹配滤波的逆时偏移成像算法的基本原理，接着，对 FDTD 逆时偏移成像方法进行了讨论，最后通过数值仿真实验验证其可行性。

4.2 FDTD 逆时偏移成像方法

4.2.1 偏移成像方法

波动方程偏移是地震学中广泛使用的数据处理方法^[39]。基于雷达波和地震波在运动学上的相似性，波动方程偏移也广泛地应用在探地雷达成像中。逆时偏移过程可以看成是波向外传播的逆过程。逆时偏移的思想^[10]最早由 Whitemore 等在 1982 年的 SEG 年会上提出的，Loewenthal、McMechan 等于 1983 年将之应用于纵

波的叠后偏移^[40]，首次提出了空间频率域的逆时偏移原理。Esmersory 等于 1988 年研究了逆时波场外推、成像和反演，该方法在每一个成像点上，将外推场的时间导数和空间导数同时成像，构成最终的成像结果^[41]。Chang 等于 1991 年从全波动方程出发，用有限差分法实现了三维波动方程逆时偏移。Fisher 等于 1992 年最早提出了有限差分法逆时偏移在探地雷达上的应用^[11]，它不受介质速度变化的限制，简单实用。

对于零偏置(即单基地模式)探地雷达，偏移可以建立在爆炸反射模型基础上。爆炸反射假设是由 D.Leowenthal^[40]最先提出来的，该原理把地下反射界面想象成具有爆炸性的物质或爆炸源。爆炸源的形状、位置与反射面的形状和位置一致，它所产生的波为脉冲波，其强度、极性与界面反射系数的大小和正负一致，并且假设在 $t=0$ 时刻，所有的爆炸反射界面同时引爆，发射到地面各观测点，则在 $t=0$ 时刻的波场值即为地下反射界面的场值。

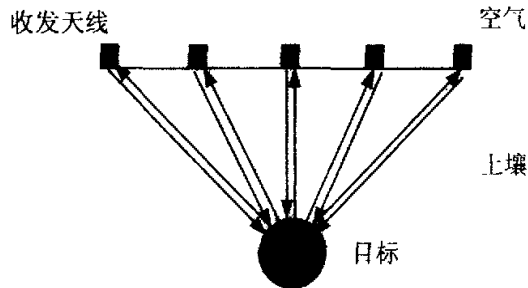


图 4-1 零偏置探地雷达信号采集示意图

爆炸反射模型仅适用于单基地探地雷达系统，在实际应用中探地雷达系统是双基地的，但当收发器相互靠近时，也视为单基地探地雷达系统。图 4-1 是零偏置体制下的探地雷达信号采集示意图。在零偏置模型中，天线位于地表，在散射点处产生感应源，感应源产生的散射场沿与入射场相同的方向向地上传播。

图 4-2 是基于爆炸反射假设的探地雷达信号采集示意图。在此假设中，地表没有发射器，而目标成为发射源，在零时刻目标向各个方向发射波，随即目标消失，剩下的就是波场在地表下的传播，称此模型为“爆炸反射模型”，而称图 4-1 表示的

模型为“完全模型”。“爆炸反射模型”中，由于只有向上传播的波，因而此时波

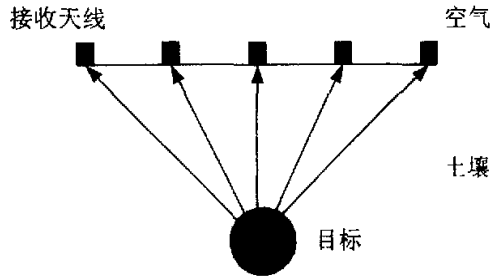


图 4-2 基于爆炸反射模型的探地雷达信号采集示意图

的传播速度是“完全模型”中波传播速度的一半或传播距离等于原传播距离的两倍，这种转换使“爆炸反射模型”与图 4-1 所描述的“完全模型”接收的回波一致。

Stolt 偏移成像方法和 Phase-Shift 偏移成像方法是建立在爆炸反射模型基础之上的。Stolt 偏移成像算法适用于均匀介质，Phase-shift 偏移成像算法适用于速度在深度方向上有变化的情况。它们的计算过程基本一致，都是由记录剖面 $e(x, z = 0, t)$ 延拓到偏移剖面^{[41][42]} $e(x, z, t = 0)$ ，即首先对接收到的时域信号进行傅立叶变化，然后在频域对其进行偏移，最后进行逆傅立叶变换得到偏移后的聚焦图像。

为了解决它们对速度模型的限制，出现了基于这些方法的改进算法如基于熵最小化的优化 Stolt 偏移成像方法^[13]，但是改进算法增加了实现的复杂度。逆时偏移算法能够解决对速度模型的限制，并且可以同时适用于单基地和双基地探地雷达系统。

4.2.2 逆时偏移成像方法

本章将从匹配滤波的角度分析逆时偏移^[43]。匹配滤波器的传递函数 H 在数学上的形式为期望接收信号的复共轭。对于具有 N 个发射机， M 个接收机的系统，匹配滤波器的输出为：

$$S(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \int \sum_{m=1}^M H(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}', \mathbf{r}_m; \omega) U_n(\mathbf{r}_m; \omega) d\omega \quad (4.1)$$

其中， \mathbf{r}'_n 是第 n 个发射机所在位置矢量， \mathbf{r}_m 是第 m 个接收机所在的位置矢量， \mathbf{r}' 表示目标的位置矢量， $U_n(\mathbf{r}_m; \omega)$ 是相对于第 n 个发射机位于 \mathbf{r}_m 处的接收机

接收到的信号。

图 4-3 为探地雷达收发示意图。图中包含两个半空间：区域 1 是自由空间，参数为 $\{\mu_0, \varepsilon_0(\mathbf{r})\}$ ；区域 2 是地下媒质，参数为 $\{\mu_0, \varepsilon_2(\mathbf{r})\}$ 。在地下媒质中的散射目标参数为 $\{\mu_0, \varepsilon(\mathbf{r})\}$ 。发射和接收天线分别位于 \mathbf{r}_n^+ 和 \mathbf{r}_m 处。

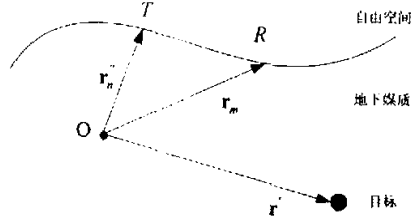


图 4-3 探地雷达收发示意图

在有目标和无目标的情况下分别定义波数为：

$$k^2(\mathbf{r}) = \begin{cases} \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 & \mathbf{r} \in \text{区域1} \\ \omega^2 \mu_0 \varepsilon_2 & \mathbf{r} \in \text{区域2} \\ \omega^2 \mu_0 \varepsilon & \mathbf{r} \in \text{目标} \end{cases} \quad (4.2)$$

$$k_b^2(\mathbf{r}) = \begin{cases} \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 & \mathbf{r} \in \text{区域1} \\ \omega^2 \mu_0 \varepsilon_2 & \mathbf{r} \in \text{区域2} \end{cases} \quad (4.3)$$

在区域 2 中不同的介电常数之差产生的目标剖面记为：

$$O(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) - \varepsilon_2(\mathbf{r}) \quad (4.4)$$

则位于 \mathbf{r}^+ 处的源在 \mathbf{r} 处产生的时谐散射场为：

$$\mathbf{E}_{sca}(\mathbf{r}) = -\int \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [k^2(\mathbf{r}') - k_b^2(\mathbf{r}')] \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (4.5)$$

上式中 $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ 表示总场， $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 是向后传播场的格林函数，它满足如下的旋度方程：

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{G} - k^2 \mathbf{G} = -\mathbf{I} \delta \quad (4.6)$$

其中 \mathbf{I} 是单位阵。

散射场是对总场的非线性积分，由波恩近似原理，在散射场中总场近似等于入射场，因此(4.5)式化为：

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{sca}(\mathbf{r}) &= -\int \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [k^2(\mathbf{r}') - k_b^2(\mathbf{r}')] \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \\ &= -\omega^2 \mu_0 \int \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') O(\mathbf{r}') \mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (4.7)$$

上式中的入射场可以通过发射信号 T 和发射天线的极化 \mathbf{u}_i 来表示, 即:

$$\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}') = j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')T\mathbf{u}_i \quad (4.8)$$

偏移数据可以看成是多个像素所合成的像。假设每个像素是一个强的散射点, 则不同的散射点在 \mathbf{r} 处的散射场可表示为:

$$\mathbf{E}_{sca}(\mathbf{r}) = -\omega^2\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}') \quad (4.9)$$

而感应电压 \mathbf{V}_{oc} 可由天线的有效高度及与之同极化的散射波共同表示为:

$$\mathbf{V}_{oc} = \mathbf{h}'\mathbf{E}_{sca} \quad (4.10)$$

其中, \mathbf{h} 表示天线的有效高度, $(\cdot)'$ 表示共轭复数。

如果散射是线性的, 即各个散射点之间没有相互作用, 则每一个散射点的匹配滤波的传递函数可以通过(4.8)式和(4.9)式得到, 即:

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \mathbf{u}_r' \left\{ -\omega^2\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'')T\mathbf{u}_i \right\} \quad (4.11)$$

其中, \mathbf{u}_r 表示接收天线的极化。

将测得数据的复共轭代入成像表达式得:

$$S(\mathbf{r}') = \left\{ j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}')[-j\omega R\mathbf{u}_r] \right\} \left\{ j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')T\mathbf{u}_i \right\} \quad (4.12)$$

(4.12)式给出了偏移数据关于频率和收、发天线位置的函数表达式, 对于该式可以给出如下的物理解释: (4.12)式右端由两部分组成, 第一项是由电流源 $[-j\omega R\mathbf{u}_r]'$ 产生的电场, 若在时域, 该源可以表示成时逆的导数 $[-j\omega R\mathbf{u}_r] \Rightarrow R'(-t)\mathbf{u}_r$, 将其产生的场称为向后传播的电场, 记为 \mathbf{E}_{bp} ; 第二项看成入射场 \mathbf{E}_{inc} 。因此 (4.1)式在频域又可以表示为:

$$S(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \int \sum_{m=1}^M \mathbf{E}_{mn, bp}(\mathbf{r}'; \omega) \mathbf{E}_{n, inc}(\mathbf{r}'; \omega) d\omega \quad (4.13)$$

$$\text{其中, } \mathbf{E}_{mn, bp}(\mathbf{r}'; \omega) = j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}'; \omega)[-j\omega R_n\mathbf{u}_r] \quad (4.14)$$

$$\mathbf{E}_{n, inc}(\mathbf{r}'; \omega) = j\omega\mu_0\mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_n'; \omega)T(\omega)\mathbf{u}_i \quad (4.15)$$

在双基地模式下, N 个发射和 M 个接收在不同的位置。(4.13)式表明 $S(\mathbf{r}')$ 与极化有关, 因此不同的 $(\mathbf{u}_r, \mathbf{u}_i)$ 和目标剖面 $O(\mathbf{r})$ 将产生不同的场值。在(4.4)式的剖面定义下, 入射场在目标点处的感应电流为 $-j\omega O(\mathbf{r})\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r})$, 散射场是感应电流产

生的，从天线中采集到的数据是目标点处感应电流产生的散射场。

偏移数据在时域最终可以表示为入射场和向后传播场的卷积在零时刻的值，即：

$$S(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \mathbf{E}_{mn,bp}(\mathbf{r}') \otimes \mathbf{E}_{mc}(\mathbf{r}') \Big|_{t=0} \quad (4.16)$$

对于零偏置探地雷达系统，收、发天线在同一个位置，并且具有相同的极化，故 $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ ， $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_t$ 。则(4.12)式可化为：

$$S(\mathbf{r}') = \{j\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') [-j\omega R \mathbf{u}_r]\} \{j\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') T \mathbf{u}_r\} \quad (4.17)$$

在理想情况下发射源的发射脉冲 $T(\mathbf{r}, t) = \delta(t)$ ，上式可进一步化为：

$$S(\mathbf{r}') = \{j\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \mathbf{u}_r\}^2 [-j\omega R] \quad (4.18)$$

零偏置探地雷达系统的偏移可以建立在爆炸反射模型上，通过互易定理，源重置于地表，并且波向地下传播。根据电磁波传播和散射理论，该爆炸模型可表示为：

$$\{j\omega\mu_0 \mathbf{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \mathbf{u}_r\}^2 = j\omega\mu_0 \mathbf{G}(2\mathbf{r}', 2\mathbf{r}') \mathbf{u}_r \quad (4.19)$$

上式中，左边的平方项表示双程传播，其被右边两倍距离的单程传播所代替。则对 M 个点采集得到的数据进行匹配滤波后的输出为：

$$S(\mathbf{r}') = \sum_{m=1}^M \int j\omega\mu_0 \mathbf{G}(2\mathbf{r}', 2\mathbf{r}_m; \omega) [-j\omega R_m(\omega) \mathbf{u}_r] d\omega \quad (4.20)$$

$$\text{或} \quad S(\mathbf{r}') = \sum_{m=1}^M \int \mathbf{E}_{mm,bp}(\mathbf{r}'; \omega) d\omega \quad (4.21)$$

这将简化空间中向后传播电场的计算，最后变换到时域为：

$$S(\mathbf{r}') = \sum_{m=1}^M \int \mathbf{E}_{mm,bp}(\mathbf{r}'; t=0) \quad (4.22)$$

由此可以得到零时刻的成像。由(4.22)式我们可以看出对于单基地探地雷达系统电磁场的逆时偏移算法包括以下三步：将采集到的数据进行差分及时逆，最后偏移得到零时刻波场在地下传播的值。

4.2.3 FDTD 逆时偏移成像方法

在上一节中，单基地和双基地偏移的匹配滤波是在空域和频域进行的。这里我们将给出一种在空域和时域的方法，即用时域有限差分法来实现偏移。利用 FDTD 方法进行偏移具有如下优点：(1) 避免直接计算格林函数；(2) 任何已知的非均匀介质都能够被直接应用到 FDTD 法的网格中，对于色散媒质同样有效；(3) 多个轨道能同时进行向后传播；(4) 允许源放在任何位置，能够解决横向速度的变化；单基地探地雷达通过(4.22)式来实现聚焦。记雷达的位置矢量为 \mathbf{r}_m ，接收的信号记为 $R(\mathbf{r}_m, t)$ ，则其逆时为 $R(\mathbf{r}_m, -t)$ 。将逆时后的数据作为空间发射源，利用 FDTD 可以计算所记录的向后传播的目标场，最后偏移后的数据对应于在时间 $t=0$ 时刻重建的场。

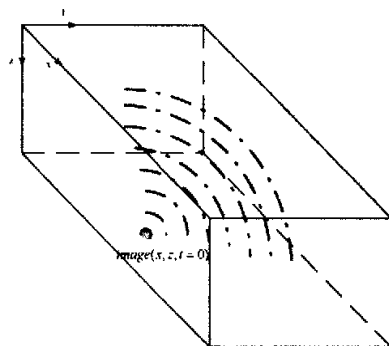


图 4-4 波在 $t=0$ 时刻成像过程示意图

图 4-4 所示为 FDTD 逆时偏移过程。为了实现偏移成像，必须在时域进行差分 and 波的逆向传播。逆时后的数据作为源。时间轴的正方向为爆炸反射模型中波向前的传播方向，逆时偏移是在时间轴的负方向上进行。最后数据将在 $t=0$ 处聚焦，实现了偏移成像。

对于双基地探地雷达，按照(4.16)式，通过计算入射场和记录的向后传播场的卷积得到结果。该卷积的计算结果可以通过多种方法得到。一种是存储两场传播过程中每一个时间步的值，该方法需要较大的内存；另一种更有效的方法是一个场逆向传播与此同时另一个正向传播。

4.3 仿真实验

由于产生地表下为随机介质的实验数据所使用的时域有限差分法方法的具体工作量巨大，我们仅利用均匀介质情况下的仿真数据对 FDTD 逆时成像方法进行验证，仿真数据利用仿真软件 GPRMAX2D 产生，采用的发射脉冲为 ricker 波，其数学表达式为：

$$I = -2\zeta\sqrt{e^{1/(2\zeta)}} e^{-\zeta(t-x)^2} (t-x) \quad (4.23)$$

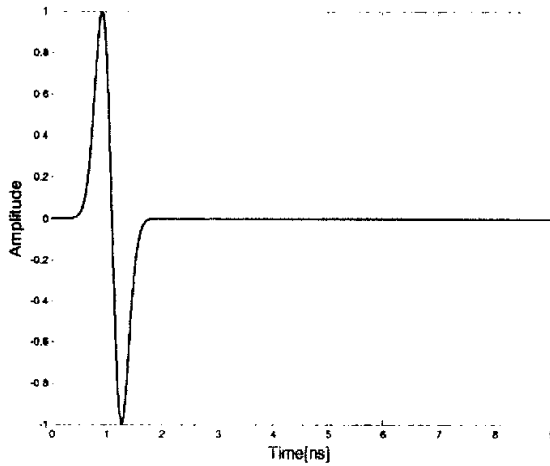


图 4-5 发射脉冲

其中， $\zeta = 2\pi^2 f^2$ ， $x = 1/f$ ，中心频率 $f = 900\text{MHz}$ ，波形如图 4-5 所示。

对单基地探地雷达系统进行仿真。仿真数据是在 $0.6\text{m} \times 0.3\text{m}$ 均匀区域上产生，土壤参数选取为与频率无关的相对介电常数和相对电导率，分别为 $\varepsilon = 20\varepsilon_0$ ， $\mu = 0.1\mu_0$ 。目标为良导体，半径为 0.025m 。

首先对仅有一个目标的情况进行仿真。目标中心位于 $(0.3\text{m}, 0.125\text{m})$ 处，图 4-6(a)是经地杂波消除后的原始仿真数据。分别利用 Stolt 偏移成像和 FDTD 逆时偏移成像算法对数据进行处理，结果分别如图 4-6(b)和图 4-6(c)所示。

然后，对两个目标的情况进行仿真实验。目标分别位于 $(0.30\text{m}, 0.125\text{m})$ 和 $(0.37\text{m}, 0.125\text{m})$ 处。图 4-7(a)是经地杂波消除后的原始仿真数据。分别利用 Stolt 偏移成像和 FDTD 逆时偏移成像算法对数据进行处理，结果分别如图 4-7(b)和图 4-7(c)所示。

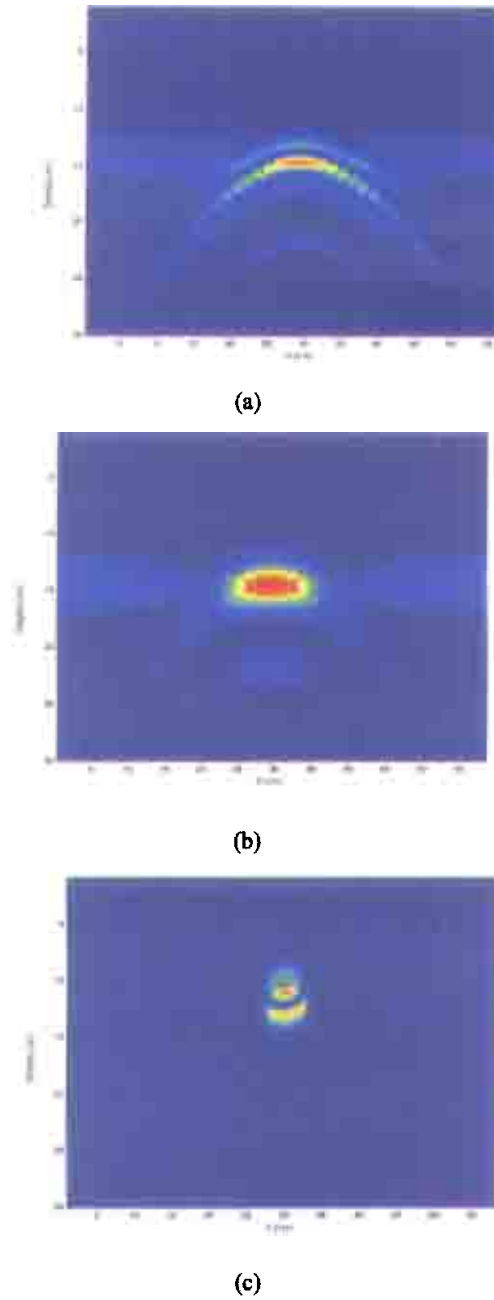


图 4-6 单目标 FDTD 逆时偏移成像处理

- (a) 经杂波消除后原始仿真数据
- (b) 利用 Stolt 偏移处理后的聚焦图像
- (c) 利用 FDTD 逆时偏移处理后的聚焦像

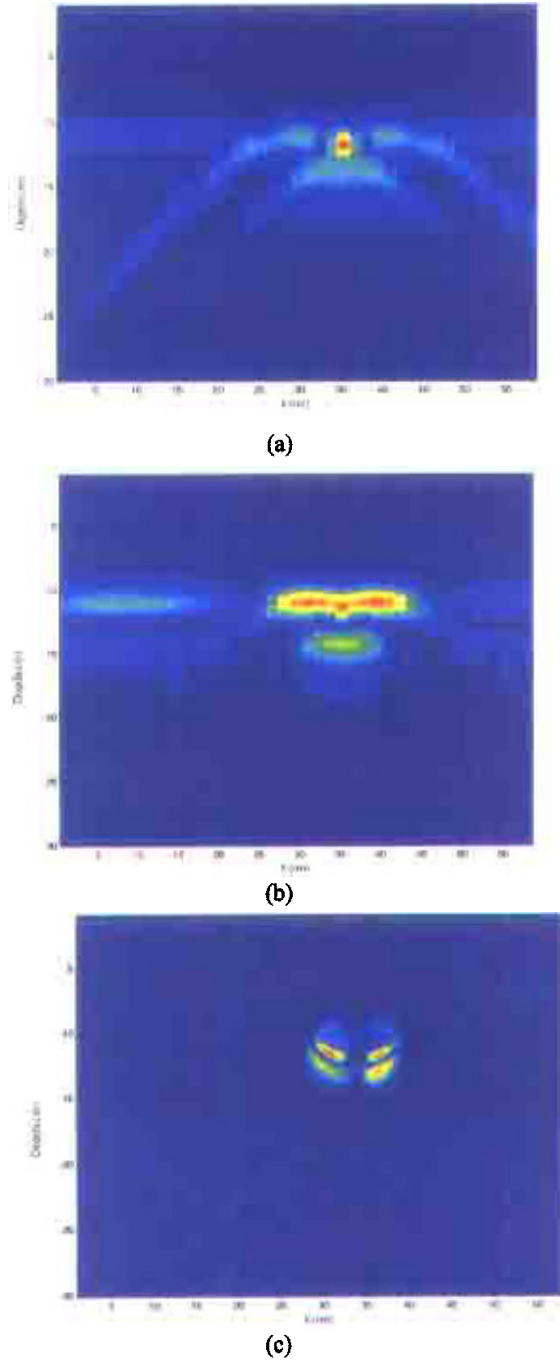


图 4-7 双目标 FDTD 逆时偏移成像处理

(a) 经杂波消除后原始仿真数据

(b) 利用 Stolt 偏移处理后的聚焦图像

(c) 利用 FDTD 逆时偏移处理后的聚焦像

由图 4-7(a)和(b)可以看出, Stolt 偏移成像方法虽然对原始图像起到了一定的聚焦作用, 但是它分辨率较低, 很难把相邻较近的两个目标分开, 但是 FDTD 逆时偏移法则较好的分开两个目标, 提高了成像的分辨率。

通过比较, 我们可以看出 FDTD 逆时偏移成像算法更胜一筹, 效果较好。

4.4 小结

本章针对已有成像算法的适用限制条件, 在分析了时域有限差分法的基础上, 将时域有限差分法应用到逆时偏移成像中, 为复杂地质结构下的成像问题提供一种新的方法。利用该方法时, 需要根据实际的媒质结构、所需达到的精度和计算机性能, 选择合适的网格大小、网格划分方式和吸收边界条件从而达到最优的性能。

结束语

本文从电磁场角度入手，进行了基于 FDTD 法的探地雷达成像算法研究。利用 FDTD 法进行探地雷达仿真数据的实验，给出了一种基于 FDTD 的逆时成像方法。这些工作是结合国家自然科学基金、教育部优秀青年教师资助计划、天津市自然科学基金项目进行的。

本文工作主要针对传统的探地雷达成像算法中存在的问题（对地表起伏较大、水平方向采样不均匀等复杂情况不能处理或处理起来比较繁琐、使用条件有严格限制），拓宽研究的思路，采用麦克斯韦方程的时域有限差分法求解空间的电磁场值，从而减少成像算法对媒质结构复杂程度的限制。结合逆时偏移和 FDTD 法对单基地和双基地探地雷达系统进行了初步的探讨。

时域有限差分法是一种极好的建立探地雷达模拟系统的方法，该方法虽然能够精确的计算媒质中各点各时刻的电磁场值，但是用来解决成像问题时，须与一定的成像算法模型合理结合，否则难以在成像算法中应用。同时由于利用 FDTD 法进行计算时，需要对地质结构有足够地先验知识，保证能够得到每个网格上的电磁参数，这必将减少该算法的灵活性，但也为成像算法在这个方向上发展提供了挑战和机遇。

随着电磁场数值计算方法的不断发展，新的求解方法可以应用到探地雷达系统中，如目前网格算法等。它们必将克服现有算法的缺点为探地雷达成像算法的研究提供更加广阔的空间。

致谢

本文是在恩师吴仁彪教授的悉心指导下完成的。硕士在读期间，吴老师严谨的治学态度、孜孜不倦的钻研精神，使我受益匪浅。吴老师平易近人的处事方式和积极乐观的人生态度，必将成为我终身受用的宝贵财富，吴老师对我在生活上的关心和照顾使我顺利完成学业。在此谨向吴老师深表敬意和由衷的感谢！并真诚地祝吴老师一切顺利！

衷心地感谢刘家学老师在硕士论文完成过程中给我的精心指导和帮助。刘老师对工作热情认真，对学术精益求精，以及他那渊博的业务知识深深感染着我。

感谢韩萍、高倩、蒋立辉、何玮琨、卢丹、马健丽、张思远等老师给我的关心和启发。感谢同一课题组王光力、李唐、李弘宇、张蓓等同学提出宝贵意见。

感谢张兴媛、冯青、樊志远、党涛、钟伦珑、何艳、徐立法、刘伟、王巍、徐健、赵万友等同学对我在学习中的帮助和生活上的关心，是他们的友好和热情陪我度过了两年多美好而难忘的时光。感谢舍友宋方给我鼓励并为我创造了和谐的生活环境。

感谢含辛茹苦养育我的父母，是他们无私的爱陪伴我走到今天，感谢男朋友对我学业上的支持和生活中的关爱，他们将是我前进的永远动力和精神支柱！

感谢所有曾经关心、帮助、支持过我的老师、同学及朋友，在此一并表示深深的谢意！

参考文献

- [1] Young J, Poirier M, Peters L. A Review of Current Ground penetrating Radar Concepts [D]. Antennas and Propagation Society International Symposium, 1992, Vol.3, pp.1250-1253
- [2] Mast Jeffrey E, Johansson Erick M. Three-dimensional ground penetrating radar imaging using Multi-Frequency Diffraction Tomography [C]. Proc. of SPIE Conference on Advanced Microwave and Millimeter Wave Detectors, Orlando, 1994, vol.2275, pp.196-203.
- [3] Johansson Erik M, Mast Jeffery E. Three-dimensional ground penetrating radar imaging using synthetic aperture time-domain focusing [C]. Proc. of SPIE Conference on Advanced Microwave and Millimeter Wave Detectors, Orlando, 1994, vol. 2275, pp. 205-214
- [4] Smith G S, Scott Jr W R. A scale model for studying ground penetrating radars [J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, Vol.27, 1989, 358-363
- [5] Hakan Brunzell. Detection of shallowly buried objects using impulse radar [J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 1999, Vol.37, pp.875-886
- [6] Jason M, Cowdery. James L Kurtz. Ground penetrating radar signal processing techniques for road subsurface measurements [C]. Part of the SPIE Conference on Radar Sensor Technology IV, Orlando. Florida, April 1999, Vol. 3704, pp.86-94
- [7] Claerbout J F. Fundamentals of Geophysical Data Processing [M]. McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, 1976, pp.78-97
- [8] Stolt, R. Migration by Fourier Transform [J]. Geophysics, 1978, Vol.43, No.1, pp. 23-48
- [9] Gazdag J. Wave equation migration with the phase-shift method [J]. Geophys. Dec., 1978, Vol.43, pp.1342-1351
- [10] Whitmore, N D .Migration fundamental issues and future developments [A]. 52nd Ann Internat, Mtg [C]. Dallas; Soc Explor Geophys Publ Co.1982.
- [11] Fishier E, McMechan G A, et al. Examples of reverse-time migration of single-channel ground-penetrating radar profiles [J]. Geophysics, 1992, Vol.57, pp.557-586
- [12] Carlton J Leuschen, Richard G Plumb. A Matched-Filter-Based Reverse-Time Migration Algorithm for Ground-Penetrating Radar Data [J]. IEEE Transaction on

- Geoscience and Remote sensing, MAY 2001,VOL.39, NO.5, pp. 929-936
- [13] Xu Xiaoyin, Miller Eric L, Rappaport C M. Minimum entropy regularization in frequency-wavenumber migration to localize subsurface objects[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, 2003,Vol.41, pp.1804-1812
- [14] Devaney A J. Time-reversal and Music[R]. Standfor Lectu.III, 2001.1.6
- [15] Fisher C, Wiesbeck W. Laboratory verification for a forward-looking multi-receiver mine-detection GPR[C]. Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2000.Proceeding.IGARSS 2000.IEEE 2000 International,Vol.4, pp.1643-1645
- [16] Ioannis T Rekanos. Inverse Scattering in the time Domain: An Iterative Method Using an FDTD Sensitivity Analysis Scheme[J]. IEEE Transaction on Magnetics, March 2002, Vol.38, NO.2, pp.1117-1120
- [17] F L Teixeira, Weng Cho Chew, M Straka, M L Oristaglio, et al. Finite-Difference Time-Domain Simulation of Ground Penetrating Radar on Dispersive, Inhomogeneous, and Conductive Soils[J]. IEEE transaction on Geoscience and Remote sensing, November 1998, Vol.6, NO.6, pp.1928-1937
- [18] Christoph T Schröder, Waymond R Scott, Jr, et al. Elastic Waves Interacting With Buried Land Mines: A Study Using the FDTD Method[J]. IEEE transaction on Geoscience and Remote sensing, June 2002, Vol.40, NO.6, pp.1405-1415
- [19] Yan Qing Zeng, Qing Huo Liu. Acoustic Detection of Buried Objects in 3-D Fluid Saturated Porous Media: Numerical Modeling [J]. IEEE transaction on Geoscience and Remote sensing, June 2001, Vol.39, No. 6 1165-1173
- [20] Levent Gürel. Three-Dimensional FDTD Modeling of a Ground-Penetrating Radar[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote sensing, July 2000, Vol.38, NO.4, pp.1521
- [21] F L Teixeira, W C chew, M Straka, et al. 3D PML-FDTD Simulation of Ground Penetrating Radar on Dispersive Earth Media[J]. IEEE, 1997, pp945-947
- [22] Richard G Plumb, K Demarest, Z. Huang. A Three-Dimensional FDTD Radar Simulator for Predicting the Fields Scattered From Buried Objects[J]. IEEE, 1995, pp.1699-1700
- [23] Bourgeois J M, Smith. A fully three-dimensional simulation of a ground-penetrating radar: FDTD theory compared with experiment [J]. IEEE Trans on Antenna and Propagation, 1996, Vol.34, pp.36-44
- [24] Giannopoulos A. The investigation of transmission-line matrix and finite-difference

- time-domain methods for the forward problem of ground probing radar[D]. York, UK. University of York, 1997
- [25] Xu Li, Susan C Hagness. A Confocal Microwave Imaging Algorithm for Breast Cancer Detection [J]. IEEE Microwave And Wireless Computers Letters, March 2001, Vol.11, NO.3, pp.130-132
- [26] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社. 2002, 8-64
- [27] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell equations in isotropic media[J]. IEEE Trans Antennas Propagate, May 1966, Vol.14, No.3, pp.302-307
- [28] G Mur, Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic-field equations[J], IEEE Trans Electromagnetic Compatibility, 1981, EMC-23, pp.337-382
- [29] J P Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves [J]. Computational Physics, 1994, Vol.114, No.2, pp.185-200
- [30] Engquist B, Majda A. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of wave[J]. Math computer, July 1997, Vol.3, No.138, pp.629-651
- [31] Sacks Z S, Kingsland D M, Lee D M and Lee J F. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition [J]. IEEE Trans Antennas Propagate, Dec .1995, Vol.43, No.12, pp.1460-1463
- [32] Gedney S D. An anisotropic perfectly matched layer absorbing media for the truncation of FDTD lattices[J]. IEEE Trans Antennas Propagate, December 1995, Vol.43, NO.12, pp.1460-1463
- [33] J Fang, and Z Wu, Generalized Perfectly Matched Layer-An Extension of Berenger's Perfectly Matched Layer Boundary Condition[J], IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol.5, No.12, pp.451-453, 1995
- [34] 詹毅. 复杂有耗色散地层的 FDTD 方法及在脉冲探地雷达中的应用[D]: [博士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2000
- [35] Giannopoulos A. Modelling Ground Penetrating Radar Using GPRMAX[Z]. University of Edinburgh School of Engineering and Electronics Institute for Infrastructure and Environment, Scotland, UK
- [36] 邵益民. 计算埋地目标瞬态散射场的 FDTD 方法——TM 情况[J]. 河南机电高等专科学校学报, 1998.12, 第 6 卷, 第 4 期, 18-22

- [37] 余文华, 彭仲秋, 任朗. 探地雷达的时域有限差分模型[J]. 西南交通大学学报, 1995.4, 第 30 卷, 第 2 期, 145-149
- [38] 王光力. 探地雷达成像方法研究[D]: [硕士学位论文]. 天津:中国民用航空学院, 2004
- [39] 马在田. 论反射地震偏移成像[J]. 勘探地球物理发展, 2002.6, 第 25 卷, 第 3 期, 1-5
- [40] Loewenthal D, Mufti I R. Reversed time migration in spatial frequency domain[J]. Geophysics,1983, Vol. 48, No.5, pp. 627~635
- [41] Lertniphonphum Worayot, McClellan James H. Migration of Underground Target in UWB-SAR Systems[C]. the IEEE record of 2000 International conference on Image processing, Toronto. Canada, 2000, pp.713-716
- [42] Zhang Anxue, Jiang Yansheng, et al. Experimental Studies on GPR Velocity Estimation and Imaging Method Using Migration in Frequency-wave number Domain[C]. Proceedings ISAPE 2000. 5th International Symposium, 2000, pp.468-473
- [43] Plumb Richard G, Leuschen Carl. A Class of Migration Algorithms for Ground-Penetrating Radar Data[J]. IEEE Transaction on Geoscience and Remote sensing, 1999, pp.2519-2521

攻读硕士期间所发表的论文

1. 石庆研, 吴仁彪. FDTD 方法在探地雷达成像中的应用[C]. 中国电子学会第十届青年学术会议论文集, 2004 年 9 月, 354-357