

# 光纤布拉格光栅非线性传输特性的数值仿真

彭拥军, 邱 昆, 武保剑, 纪四淮

(电子科技大学宽带光纤传输与通信网络重点实验室 成都 610054)

**【摘要】**为简化数值求解光纤布拉格光栅的非线性耦合模方程组,避免冲击响应带来数值仿真结果失真,设计了基于半隐式龙格-库塔法及简单迭代的单步系统。与其他方法和实验结果进行对比,验证了该方法的可行性。在相同精度要求下,该方法能够极大地减小计算工作量,实现简单且能够避免数值计算发散。利用该方法建立了光纤布拉格光栅静态和动态情况下统一的数值仿真模型,并设计了仿真中所采用的平滑技术。数值研究了连续波和脉冲输入情况下光纤布拉格光栅的非线性传输特性,静态结果显示相移光栅的开关阈值功率比均匀光栅的低。在动态情况下,对比不同峰值功率脉冲的输出时域特征显示,通过光纤光栅可实现非线性全光调谐延迟。

**关键词** 光纤布拉格光栅; 非线性耦合模方程; 非线性光学; 光学双稳态; 预报-校正系统; 半隐式龙格-库塔法  
**中图分类号** TN253 **文献标识码** A **doi:**10.3969/j.issn.1001-0548.2012.03.010

## Numerical Simulation on Nonlinear Transmissive Characteristics of Fiber Bragg Grating

PENG Yong-jun, QIU Kun, WU Bao-jian, and JI Si-wei

(Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transmission and Communication Networks,  
University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054)

**Abstract** One-step system based on the semi-implicit Runge-Kutta method and simple iteration is designed for simplifying computation and avoiding the distortion of simulation results caused by shock response in solving a set of nonlinear coupled equations of fiber Bragg grating (FBG). The feasibility of the design is verified by comparing with other calculation methods and experimental results. The computational workload is greatly reduced when the same accuracy is required in simulating. Unified numerical simulation model based on physical process of optical wave transmission in grating is established under static and dynamic circumstances. Smoothing skills in simulation are researched. Nonlinear transmission characteristics of FBGs are studied numerically when continuous wave (CW) and pulse were input. The results show that the switching threshold power of phase-shift grating is lower than of uniform grating and all-optically tuned delay can be achieved by nonlinear effect in fiber Bragg grating.

**Key words** fiber Bragg grating; nonlinear coupled mode equations; nonlinear optics; optical bistability; prediction-correction system; semi-implicit Runge-Kutta method

全光信号处理是未来高速、大容量光纤通信系统的基础,研究通过光纤非线性效应实现全光信号处理的技术与器件是目前的热点课题。基于光纤的布拉格光栅具有分布反馈的特点,而有利于增强非线性光学效应,可用于设计基于非线性效应的功能器件,如全光开关<sup>[1-2]</sup>、双稳态器件<sup>[3-9]</sup>、光纤光栅激光器<sup>[10-11]</sup>、慢光缓存<sup>[12]</sup>等,因此全面研究光纤光栅的非线性特性具有重要意义。描述光纤光栅非线性特性主要有BLOCH理论(等效非线性薛定谔方程)和

耦合模理论(非线性耦合模方程组)两种模型。BLOCH理论分析的是光栅内总电场包络的传输,用于研究光波长处于光子禁带中心附近且靠上边沿的光波传输和孤子效应。目前研究光纤光栅的非线性传输特性主要采用基于纤芯折射率弱调制和弱非线性近似的耦合模理论,通过非线性耦合模方程组对光栅内前后向光波的传输特性进行分析。但是光纤光栅的边界条件非常特殊,一般情况下非线性耦合模方程组没有分析解,而实验研究光纤光栅的非线

收稿日期: 2010-07-05; 修回日期: 2012-02-21

基金项目: 国家973项目(2011CB301703); 国家863项目(2009AA01Z216)

作者简介: 彭拥军(1968-),男,博士生,主要从事光纤非线性信号处理方面的研究。

性传输特性又需要非常高的实验条件<sup>[12]</sup>, 因此数值求解非线性耦合模方程组、全面仿真光纤光栅非线性传输特性的数值仿真技术就非常关键。

本文详细讨论光纤布拉格光栅非线性耦合模方程组的数值仿真方法, 根据光纤光栅边界条件的特点, 设计基于3级4阶半隐式龙格-库塔法的单步系统。该系统能够采用简单迭代求解非线性耦合代数方程组, 简化计算程序编制并减小计算工作量, 能够对光纤光栅的线性和非线性传输特性进行全面仿真, 能够统一仿真光纤光栅的静态和动态行为。

### 1 光纤布拉格光栅的非线性耦合模方程组

光纤布拉格光栅结构如图1所示, 在考虑光纤光栅内前后向光的线性和非线性耦合的情况下, 光纤布拉格光栅的非线性耦合模方程组为:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_f}{\partial z} + \sum_j \frac{i^{j-1}}{j!} \beta_j \frac{\partial^j A_f}{\partial t^j} + \frac{\alpha}{2} A_f = \\ \quad i\delta A_f + i\kappa A_b + i\gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2)A_f \\ -\frac{\partial A_b}{\partial z} + \sum_j \frac{i^{j-1}}{j!} \beta_j \frac{\partial^j A_b}{\partial t^j} + \frac{\alpha}{2} A_b = \\ \quad i\delta A_b + i\kappa^* A_f + i\gamma(|A_b|^2 + 2|A_f|^2)A_b \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $i$ 为虚数单位;  $\beta_j(j \geq 2)$ 为光纤色散,  $\beta_1 = 1/v_g$ ;  $v_g = c/n_{eff}$ 为光纤中光传输群速度;  $n_{eff}$ 为光纤光栅的模式有效折射率;  $\alpha$ 为光纤损耗或增益; 光栅失谐量  $\delta = 2\pi n_{eff}(1/\lambda - 1/\lambda_D)$ ; 光栅的设计波长  $\lambda_D = 2n_{eff}\Lambda$ , 其中,  $\Lambda$ 为光栅周期; 交流耦合系数  $\kappa = \frac{\pi}{\lambda} v \overline{\delta n_{eff}} \exp(i\varphi)$ , 其中,  $\overline{\delta n_{eff}}$ 为光栅平均有效折射率调制幅度,  $v$ 是光栅的折射率调制深度,  $\varphi(z)$ 为光栅折射率调制相位,  $\kappa^*$ 是 $\kappa$ 的复共轭;  $\gamma = n_2 \omega / c A_{eff}$ 为光纤的非线性系数, 其中,  $A_{eff}$ 为模式有效面积,  $n_2$ 为光纤的非线性参数。由于光栅的结构色散比光纤色散大得多, 所以在式(1)中可以忽略光纤色散, 方程组简化为<sup>[13]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\partial A_f}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_f}{\partial t} + \frac{\alpha}{2} A_f = \\ \quad i\delta A_f + i\kappa A_b + i\gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2)A_f \\ -\frac{\partial A_b}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A_b}{\partial t} + \frac{\alpha}{2} A_b = \\ \quad i\delta A_b + i\kappa^* A_f + i\gamma(|A_b|^2 + 2|A_f|^2)A_b \end{cases} \quad (2)$$

按照图1的光栅模型, 式(2)的边界条件为:

$$A_f(0,t) = A(t), A_b(L,t) = 0 \quad (3)$$

系统初始条件为:

$$A_f(z,0) = 0, A_b(z,0) = 0 \quad (4)$$

对光纤布拉格光栅非线性传输特性的数值仿真就可以根据式(2)~式(4)完成, 如果令非线性系数 $\gamma$ 等于0, 则对应线性光栅。

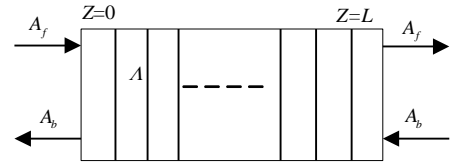


图1 光纤布拉格光栅结构示意图

在仿真中, 设置平均有效折射率调制深度为0.000 1, 有效折射率为1.46, 设计波长为1 550 nm, 模式有效面积为20  $\mu\text{m}^2$ , 非线性系数为 $2 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$ 。

### 2 常用数值仿真方法

#### 2.1 两类方法

数值仿真光纤布拉格光栅传输特性的方法主要有传输矩阵法<sup>[14-16]</sup>和有限差分法<sup>[14,17-20]</sup>两类。在传输矩阵法中, 有基于光栅模型的单周期传输矩阵法<sup>[16]</sup>, 该方法具有可以不考虑耦合模理论中近似条件的优势, 但由于需要假设在周期边界上折射率突变进而对每一个光栅周期单独进行处理, 因此, 这与光纤光栅的折射率调制情况不完全符合。另一种传输矩阵法是基于分段均匀近似, 用耦合模方程组建立传输矩阵<sup>[15-16,18]</sup>, 该方法可以方便地处理边界条件, 能够求解光纤光栅的总体传输特性, 但是分段时必须包括多个光栅周期, 由此对光纤光栅内电场分布的准确性带来一定的影响。在有限差分法中有基于MAXWELL方程组的时域有限差分法<sup>[19]</sup>, 该方法能够准确地分析光栅内的场分布, 但是对横向边界的处理比较复杂。利用显式或隐式高阶龙格-库塔法求解非线性耦合模方程组的有限差分方法<sup>[20]</sup>, 能够仿真光纤光栅的非线性特性, 但是, 边界条件式(3)实质是双边边界条件, 在该情况下, 显式高阶龙格-库塔法计算精度的阶数会降低<sup>[18]</sup>, 利用隐式高阶龙格-库塔法与预报-校正系统的联合能够提高计算精度的阶数, 却需要求解差分方程组, 计算工作量大。

#### 2.2 边界条件处理

目前的数值仿真方法在处理边界条件方面, 有两种方式: 1) 直接使用单边边界条件反向模拟<sup>[18]</sup>, 该方式主要用于计算光纤光栅的非线性功率响应和线性光纤光栅内的功率分布, 需假设正反向传输光

在输出端的功率可通过反向计算求出输入功率,即反向模拟输入功率。该方法在研究光纤光栅的静态响应方面具有计算速度快的优势。但是,当需要计算光纤光栅的非线性功率谱或者计算输出对输入功率响应的变化趋势时,则不能将输出功率准确地对应到输入功率水平上,该方法也不能用于计算非线性透射光谱。2) 采用迭代修正方法<sup>[17-18]</sup>,即先用单边边界条件,反向计算出光纤光栅内的功率分布,然后根据计算结果和已知边界条件的差异修正单边边界条件中的未知输出量,直到达到预设的精度。但当输入功率激励起光学混沌现象时,则无论如何进行迭代修正也无法达到预设精度,即该方法无法解决输出不收敛的问题。因此,在处理边界条件时,不能用单边边界条件替代双边边界条件。

### 2.3 校正方法

从前面的分析可看出,使用显式高阶龙格-库塔法时,因为双边边界条件的限制,计算精度降低。使用隐式高阶龙格-库塔法时<sup>[19-20]</sup>,计算精度不会降低,但是需要求解差分方程组,必须预报迭代求解差分方程组的各次迭代启动值,因此需要建立一个单步法的预报-校正系统,给算法的实现增加了难度且计算工作量也相应增加。

综上所述,数值仿真光纤布拉格光栅非线性传输特性的方法应满足以下要求:具有高阶精度、实现简单、运算工作量小、能够对动态和静态行为统一仿真。本文据此设计了基于半隐式龙格-库塔法求解非线性耦合模方程组的数值计算方法,并对光纤光栅的传输特性进行了仿真研究。

## 3 光纤布拉格光栅的仿真模型

### 3.1 基本格式

在不计光纤损耗的情况下,将式(2)进行式(5)的坐标变换,式(2)变换为式(6),将变量耦合的偏微分方程组转换为无变量耦合的常微分方程组。

$$z = \frac{1}{2}(\xi + \zeta), \quad t = \frac{1}{2v_g}(\xi - \zeta) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial A_f}{\partial \xi} = i\delta A_f + i\kappa A_b + i\gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2)A_f \\ \frac{\partial A_b}{\partial \zeta} = i\delta A_b + i\kappa^* A_f + i\gamma(|A_b|^2 + 2|A_f|^2)A_b \end{cases} \quad (6)$$

式(5)的变换方法与文献[20]中沿特征线积分的方法相同,时间间隔为 $L/(Nv_g)$ ,对应图2a的差分网格图,积分方向分别沿 $\xi$ 和 $\zeta$ 的正方向。从传输过程看,如图2b所示,在时间间隔 $(z_{i+1/2} - z_i)/v_g = L/(2Nv_g)$ 内, $A_f$ 从*i*面传输到*i+1/2*面, $A_b$ 从*i+1*

面传输到*i+1/2*面;在时间间隔 $(z_{i+1} - z_{i+1/2})/v_g = L/(2Nv_g)$ 内, $A_f$ 从*i+1/2*面传播到*i+1*面, $A_b$ 从*i+1/2*面传输到*i*面。该过程中,已知量为 $A_f(z_i)$ 和 $A_b(z_{i+1})$ ,未知量为 $A_f(z_{i+1})$ 、 $A_f(z_{i+1/2})$ 、 $A_b(z_{i+1/2})$ 与 $A_b(z_i)$ 。

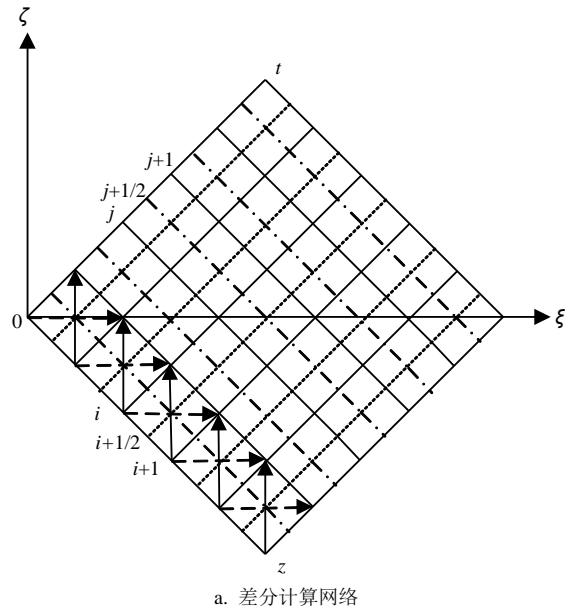


图2 差分网格与光波传输关系示意图

基于该模型,采用半隐式龙格-库塔法及简单迭代就能够完成系统仿真,仿真格式为:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(K_1 + 4K_2 + K_3) \\ K_1 = f(x_n, y_n) \\ K_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{4}K_1 + \frac{h}{4}K_2) \\ K_3 = f(x_n + h, y_n + hK_2) \end{cases} \quad (7)$$

$$K_r^{s+1} = f(x_n + a_r h, y_n + h \sum_{m=1}^{r-1} b_{rm} K_m^{s+1} + hb_{rr} K_r^s) \quad (8)$$

式中, $K_r^s$ ( $r=1,2,3$ )分别是龙格-库塔公式的中间结果; $y_{n+1}$ 代表 $A_f(z_{i+1})$ 或 $A_b(z_i)$ ;  $f(\cdot)$ 表示式(6)等号右边的函数。式(8)表明求解方程组所用的简单迭代算法,当 $h < \frac{L}{\max_r |b_{rr}|}$ 时,迭代对任意初值 $K_r^0$ 收敛,其中, $L$ 是函数 $f(\cdot)$ 对 $y$ 的李普希茨常数。

### 3.2 仿真方法的验证

为了验证上述方法,针对长度为2 cm的均匀光

纤光栅, 线性情况下对比光纤光栅透射光谱、相位光谱的分析解和数值解, 在非线性情况下用3级4阶显式龙格-库塔法反向模拟计算和3级4阶半隐式龙格-库塔法正向计算进行比较, 工作波长设置为 1 549.95 nm, 结果如图3所示。图3a对应线性透射光谱; 图3b对应线性透射相位光谱; 图3c对应静态非线性输入输出功率响应; 图3d对应透射波相位随输入功率的变化。从图中的对比及与文献[18-20]进行比较可见, 结果一致, 说明所采用的算法可信。

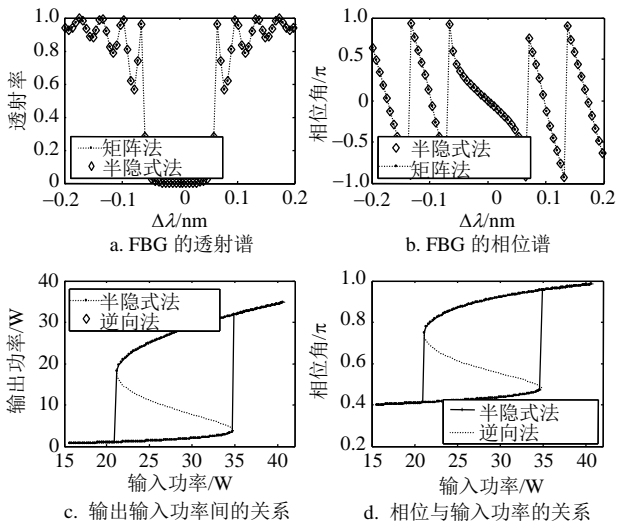


图3 几种方法计算结果对比

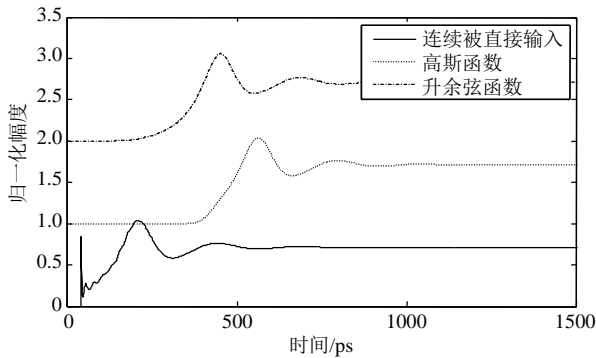


图4 连续波输入时透射输出比较

### 3.3 平滑技术

在长度为2 cm的光栅中, 输入平均功率为400 W、波长为1 549.95 nm的连续波, 透射输出数值结果如图4所示。从图中可见, 连续波直接输入时透射输出有尖锐的震荡出现, 而采用高斯函数或升余弦函数进行输入平滑过渡时输出较平滑、震荡较小、稳定也更快, 尤其是采用升余弦函数时输出更平滑、稳定, 时间更短。这是由光纤布拉格光栅冲击响应的特点引起的, 因此, 在对其进行仿真时, 需要采用平滑技术避免因数值计算所产生的影响。在进行静

态特性仿真时采用升余弦函数进行输入平滑过渡使初始响应变得平滑, 当非方波时变信号输入时则将输入脉冲前段加长即可。

### 3.4 时域特性仿真

从前面的分析可见, 研究光纤光栅的非线性传输特性, 需要进行时域仿真。当研究静态输入输出特性时, 只需要反向模拟求解式(6)。当仿真连续波输入时的光纤光栅的输出特性时, 则将边界条件式(3)改为  $A_f(0,t) = A(0)$ ,  $A_b(L,t) = C$ , 且初始为零能量系统。图5是在长度为2 cm的光栅中, 工作波长为1 549.95 nm时的非线性透射输出, 输入功率如图中标注。从图中可见, 在连续波输入情况下, 随输入平均功率的增加, 光纤光栅存在4种输出结果: 静态稳定输出、周期脉冲输出、周期加倍的脉冲输出和混沌输出。图5中也表明用该方法能够研究连续波输入时在光栅中建立稳定系统所需时间及输入改变对输出的影响等。

研究光纤光栅的动态行为时, 输入时变信号如边界条件式(3), 初始仍然为零能量系统(式(4))。由图5可见, 由于系统输出有震荡, 建立稳定输出需要一定时间, 因此, 输出的第一个脉冲一般不能真实反映光栅的工作状况, 初始时可以将第一个入射脉冲上升沿延长进行平滑处理, 然后依据连续波输入时达到稳定输出所需要的时间来选择输出脉冲。

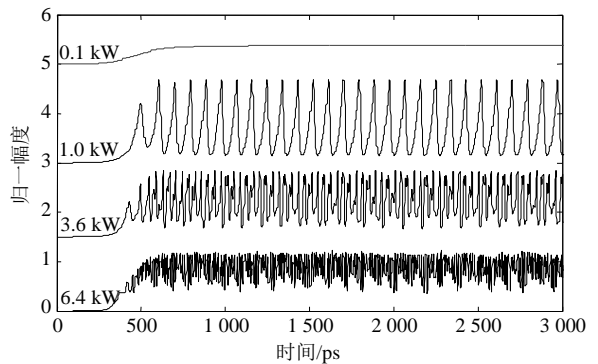


图5 不同功率连续波输入时的透射输出

## 4 光纤布拉格光栅非线性特性仿真

使用前述方法, 对均匀光栅和均匀相移光栅的静态和动态特性进行仿真。两种0.5 cm长光纤光栅在几种输入功率水平下的透射光谱如图6所示。

1) 从图6可见, 增大输入功率, 透射光谱整体向长波方向移动而透射光谱形状不再对称。在光子禁带边缘处透射峰的位置偏离原波长, 利用该现象可以将光纤光栅作为非线性全光开关使用。

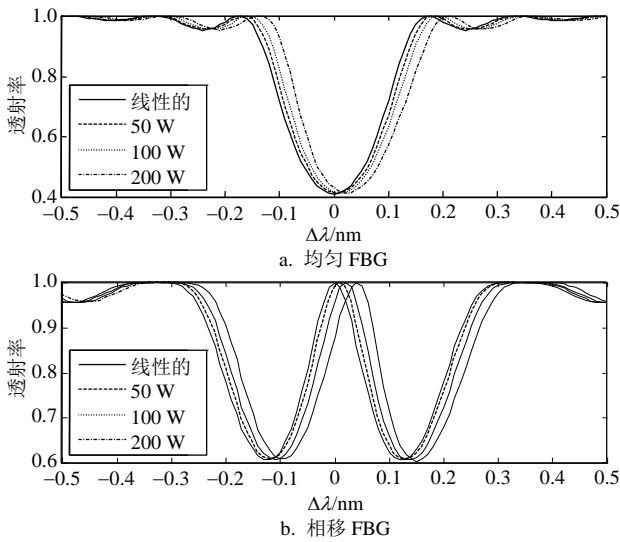


图6 不同功率时两种光栅的透射光谱

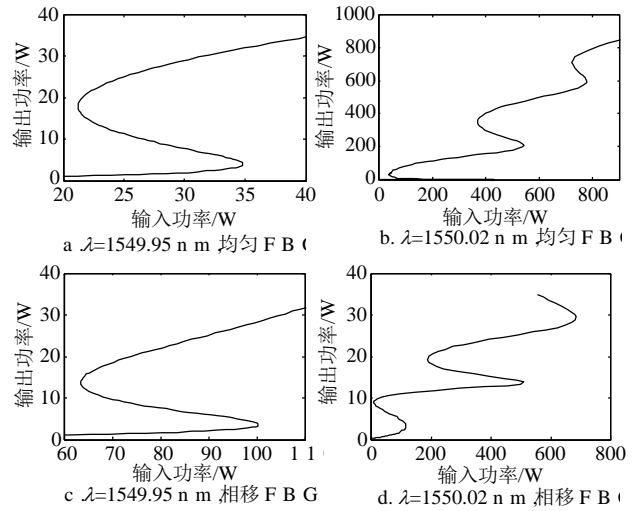


图7 两种光栅的功率响应

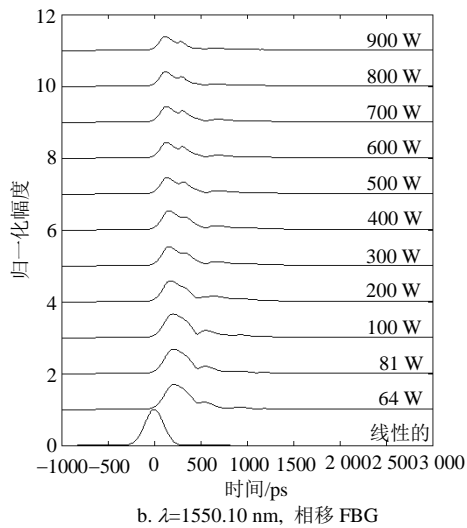
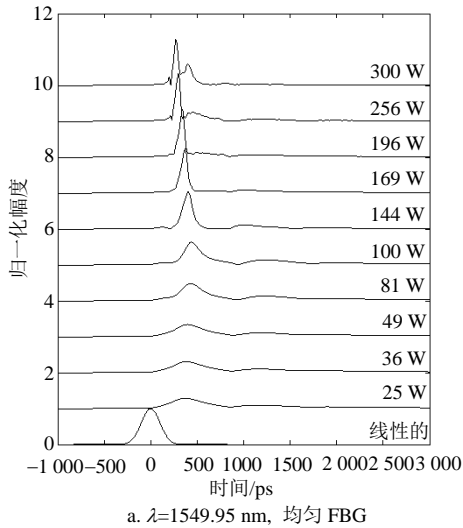


图8 两种光栅输出波形

2) 比较图6中两种0.5 cm光纤光栅的透射光谱变化可见, 均匀相移光栅的中心透射峰向长波方向移动更明显, 表明若作为非线性全光开关应用时相移光栅的开关阈值功率更低。

3) 对两种2 cm长光纤光栅直接利用反向模拟方法数值计算光栅的非线性功率响应如图7所示。从图中可见, 在静态情况下, 光纤光栅的非线性耦合模方程具有多值解, 既有双稳态存在, 也会出现多稳态, 说明在非线性光栅中既有低阶孤立波也会出现高阶孤立波, 但是反向模拟方法不能仿真输入功率变化时输出功率的变化趋势, 用本文提出的方法则能够模拟功率变化过程的S回线(如图3c、图3d)。

4) 从图6还可见, 当工作波长处于光子禁带短波长长边沿时, 均匀光纤布拉格光栅易实现光开关, 而对相移光纤布拉格光栅, 当工作波长处于光子禁带长波长边沿或中央透射峰时, 更易实现光开关。

因此将均匀光栅的工作波长设定为1 549.95 nm, 相移光栅的工作波长设定为1 550.10 nm。数值仿真4 cm长的两种光纤光栅在几种峰值功率水平高斯脉冲(脉宽100ps)输入时非线性输出结果如图8所示。从图8可见, 不同峰值功率脉冲经过光栅后获得的压缩程度不同, 这是由于非线性作用改变了光栅的结构色散, 当峰值功率较大时, 脉冲出现分裂, 说明此时非线性作用和光栅结构色散不平衡; 从输出脉冲峰的位置变化比较可见, 在光纤光栅中能够实现输出脉冲延迟的非线性全光控制; 在输入脉冲峰值功率变化过程中, 输出延迟存在最大值。

### 5 结束语

本文详细分析了光纤布拉格光栅非线性传输特性数值仿真方法的局限及对仿真技术的要求, 根据光纤光栅边界条件的特点, 设计了基于3级4阶半隐

式龙格-库塔法和简单迭代的单步系统, 并与以前的方法进行了对比, 在相同精度下该方法能够大大减小计算工作量, 且实现简单, 能够避免光栅的冲击响应导致的数值发散, 且对光纤光栅的动态和静态行为仿真均适用。利用本文提出的方法, 数值仿真了均匀光纤光栅和相移光栅的非线性传输特性。结果显示, 相移光栅的开关阈值功率较低; 非线性光纤光栅具有光学双稳态响应特性, 这有利于光学限幅和受控光缓存应用等; 在脉冲输入情况下可以实现脉冲延迟的全光调谐。如果能够提高光纤非线性系数, 降低输入光功率要求, 设计出能稳定工作的全光开关甚至是全光双稳态器件, 将对光纤光栅的非线性应用产生巨大影响。

### 参 考 文 献

- [1] 杨广强, 郭勇, 宋继恩, 等. Bragg光纤光栅非线性开关特性研究[J]. 半导体光电, 2004, 25(2): 94-97.  
YANG Guang-qiang, GUO Yong, SONG Ji-en, et al. Nonlinear switching characteristics of fiber Bragg gratings [J]. semiconductor Optoelectronics, 2004, 25(2): 94-97.
- [2] PEREIRA S, CHAK P, SIPE J E. Gap-soliton switching in short microresonator structures[J]. J Opt Soc Am B, 2002, 19(9): 2191-2201.
- [3] 张远程, 张颖. 光纤光栅光学双稳态器件[J]. 中国激光, 1998, 25(9): 809-812.  
ZHANG Yuan-cheng, ZHANG Ying. Optical bistability devices with fiber-optical gratings[J]. Chinese Journal of Lasers, 1998, 25(9): 809-812.
- [4] 张颖. 光纤光栅双稳态光开关和数字光信号放大[J]. 中国激光, 1998, 25(10): 887-890.  
ZHANG Ying. Optical switching and digital optical signal amplification using a fiber grating OBD[J]. Chinese Journal of Lasers, 1998, 25(10): 887-890.
- [5] STERKE C M D, EGGLETON B J, KRUG P A. High-intensity pulse propagation in uniform gratings and grating superstructures[J]. Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(8): 1494-1502.
- [6] JIA Xin-hong, WU Zheng-mao, XIA Guang-qiong. Analysis of bistable steady characteristics and dynamic stability of linearly tapered nonlinear Bragg gratings[J]. Opt Express, 2004, 12(13): 2945-2953.
- [7] 田剑锋, 吴正茂, 夏光琼. 非线性布拉格光栅双稳态特性的理论研究[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 2256-2260.  
TIAN Jian-feng, WU Zheng-mao, XIA Guang-qiong. Theoretical investigation on the bistability of nonlinear Bragg gratings[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(4): 2256-2260.
- [8] 陈建军, 夏光琼, 田剑锋, 等. 一种提高  $\lambda/4$  相移光纤光栅开关性能的方法[J]. 中国激光, 2007, 34(9): 1250-1254.  
CHEN Jian-jun, XIA Guang-qiong, TIAN Jian-feng, et al. An approach to improve switch performance of  $\lambda/4$  phase-shifted grating[J]. Chinese Journal of Lasers, 2007, 34(9): 1250-1254.
- [9] 田剑锋, 吴正茂, 夏光琼. 啁啾的引入对线性负切趾型布拉格光栅双稳态特性的影响[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6419-6423.  
TIAN Jian-feng, WU Zheng-mao, XIA Guang-qiong. Influence of introducing chirp on bistable characteristics of linear negative tapered Bragg gratings[J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(12): 6419-6423.
- [10] MAO Qing-he, FENG Su-juan, LIU Wen-qing, et al. Bistability-mapping for L-band dual-wavelength Erbium-doped fiber laser by using fiber loop mirror with polarization controller[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2006, 18(18): 1973-1975.
- [11] LI Xia, SHUM P, MIN Yan, et al. Tunable and switchable fiber ring laser among four wavelengths with ultra narrow wavelength spacing using a quadruple-transmission-band fiber Bragg grating filter[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2006, 18(19): 2038-2040.
- [12] JOE T M, STERKE C M D, IAN C M, et al. Dispersionless slow light using gap solitons[J]. Nature Physics, 2006, 2: 775-780.
- [13] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics and applications of nonlinear fiber optics[M]. 4th, ed, Beijing: Electronic Industry Press, 2009:20-28.
- [14] ERDOGAN T. Fiber grating spectra[J]. Journal of Lightwave Technology, 1997, 15(8): 1277-1294.
- [15] SHI Chao-xiang. Optical bistability in reflective fiber gratings[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1995, 31(11): 2037-2043.
- [16] MURIEL M A. Field distributions inside fiber gratings [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1999, 35(4): 548-558.
- [17] 刘玉敏, 俞重远, 杨红波, 等. 光纤布拉格光栅非线性特性研究[J]. 激光技术, 2006, 30(1): 101-104.  
LIU Yu-min, YU Zhong-yuan, YANG Hong-bo, et al. The investigation of the nonlinear characteristics of fiber Bragg gratings[J]. Laser Technology, 2006, 30(1): 101-104.
- [18] 李永健, 胡硕臻. 用传输矩阵法研究光纤Bragg光栅的非线性特性[J]. 科技广场, 2005(2): 16-21.  
LI Yong-jian, HU Shuo-zhen. Study of the nonlinear characteristics of fiber Bragg gratings by transfer matrix method[J]. Technology Square, 2005(2): 16-21.
- [19] STERKE C M D, SIPE J E. Switching dynamics of finite periodic nonlinear media: A numerical study[J]. Physical Review A, 1990, 42(5): 2858-2869.
- [20] STERKE C M D. Nonlinear coupled-mode equations on a finite interval: A numerical procedure[J]. J Opt Soc Am B, 1991, 8(2): 403-412.
- [21] 马振华. 现代应用数学手册——计算与数值分析卷[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.  
MA Zhen-hua. Modern applied mathematics handbook——computation and numerical analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.

编辑 张俊